

Ansatz ist Näherung, da $B = \nabla \times A = 0$

gültig wird.

$$\text{also } i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 & -d \\ d^* & E_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow i\hbar \dot{a}_1 = E_1 a_1 - d \vec{E}(t) a_2$$

↑
aus der Energie-Eigenwertgleichung

für $\text{Pot.} = 0$

$$\text{mit } d = -e \int_0^L \psi_1^*(x) x \psi_2(x) dx \quad (\text{Dipol } = q \cdot x)$$

und mit $|\psi_2\rangle$ \int_0^L für allgemein, hier egal

$$i\hbar \dot{a}_2 = E_2 a_2 - d^* \vec{E}(t) a_1$$

umschreiben als Matrix

$$i\hbar \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 & -\hbar \Omega_R(t) \\ -\hbar \Omega_R(t) & E_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (*)$$

mit der Rabi-Energie

$$\hbar \Omega_R(t) = d \vec{E}(t)$$

$\hat{=}$ Energie des el. Dipols im el. Feld
(PHYSIK II)

Beispiel

$$\vec{E}(t) = \text{const.} \Rightarrow \Omega_R = \text{const}$$

Ansatz:

$$\begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \end{pmatrix} e^{-i\omega t}$$

⇒ suche Eigenwerte der Matrix

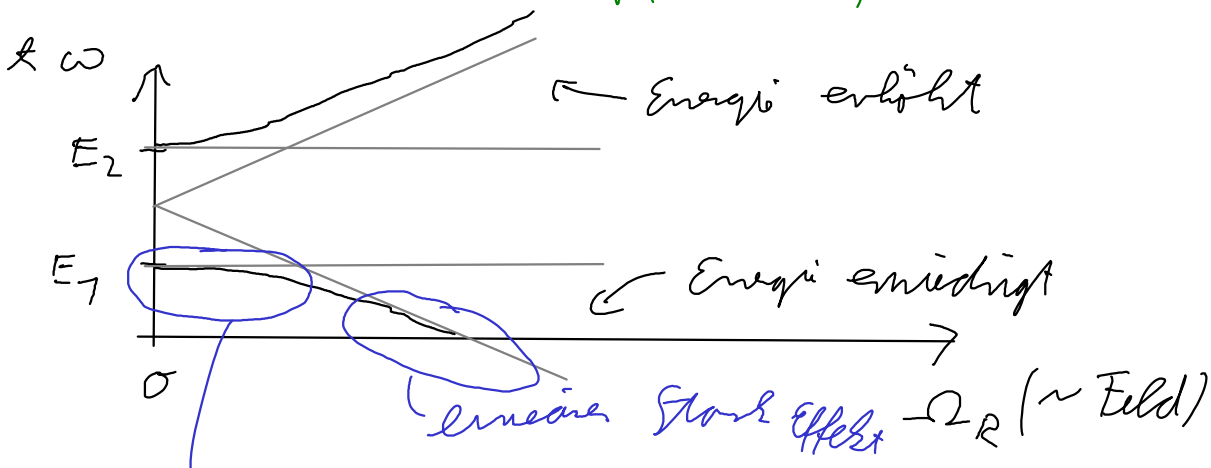
$$\begin{pmatrix} E_1 & -\hbar \omega r \\ -\hbar \omega r & E_2 \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} \omega_1 & -\Omega_R \\ -\Omega_R & \omega_2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (\omega_1 - \omega)(\omega_2 - \omega) - \Omega_R^2 = 0$$

↑ allg. steht hier $|\Omega|^2$

$$= \omega^2 - \omega(\omega_1 + \omega_2) + \omega_1 \omega_2 - \Omega_R^2 = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \omega_{\pm} &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\right)^2 - \omega_1 \omega_2 + \Omega_R^2} \\ &= \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}\right)^2 + \Omega_R^2} \end{aligned}$$



quadratischer Stark-Effekt

Anschaulich Äußeres Feld induziert Dipol,

$$\text{Energie} = - \text{Dipolmoment} \cdot \text{Feld}$$

zunächst \propto Feld

Für große Feldstärke wird Dipolmoment maximal $\hat{=}$ konstant

(siehe auch Kap 4. 7.2. 1 für Atome)

Sehr häufig formuliert man $(*, \text{Matrix})$ nur in drei sog. Block-Gleichungen für den Block-Vektor

$$\begin{pmatrix} \mu \\ \nu \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^* a_2 + a_1 a_2^* \\ +i(a_2^* a_1 - a_1^* a_2) \\ a_1^* a_2 - a_1 a_2^* \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{Realteil (?)} \\ \text{sym. Teil} \\ \text{Inversion des Systems} \end{array}$$

$$\text{Inversion } w = |a_2|^2 - |a_1|^2$$

(ohne Beweis, Übung)

$$\leftarrow \det(M) = 0 \quad ?$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\mu} \\ \dot{\nu} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & +\Omega & 0 \\ -\Omega & 0 & -2\Omega_R(t) \\ 0 & +2\Omega_R(t) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu \\ w \end{pmatrix}$$

Block-Gleichungen, Matrix ist Drehmatrix

$$\mu^2 + \nu^2 + w^2 = 1 \quad (\Leftrightarrow) \text{ Vektor auf Kugel}$$

Beispiel

Schwaches Feld (lineare Optik)

$$\Omega_R(t) = \Omega_R \cos(\omega_0 t)$$

d.h. $\Omega_R \ll \Omega$ (Übergangsfrequenz)

$$\Rightarrow |a|^2 \ll 1$$

$$\Rightarrow w \approx -1$$

$$\Rightarrow \dot{\mu} + \Omega^2 \mu = 2\Omega \Omega_R(t)$$

$\hat{=}$ getriebener harmonischer Oszillator

$\hat{=}$ Lorentz-Oszillator Modell (PHYSIK III)

2.2.6 Der harmonische Oszillator

Klassisch

$$m\ddot{x} = -Dx$$

=> harmonische Bewegung mit Frequenz $\Omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$

d. h. $x(t) = A \cos(\Omega t)$

QM

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

mit

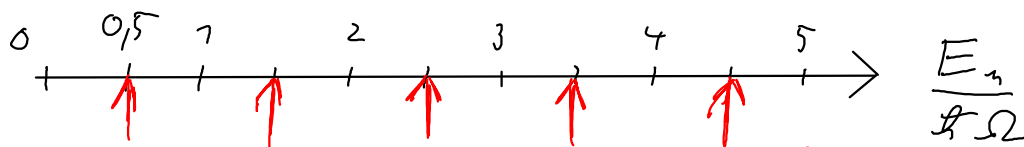
$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{2} Dx^2$$

Energieeigenwerte (ohne Herleitung)

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \Omega$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

$$n \in \mathbb{N}_0$$



Energie äquidistant erlaubte Energien

Eigenfunktionen

$$\psi_n = e^{-\frac{\xi^2}{2}} H_n(\xi)$$

mit der Abkürzung

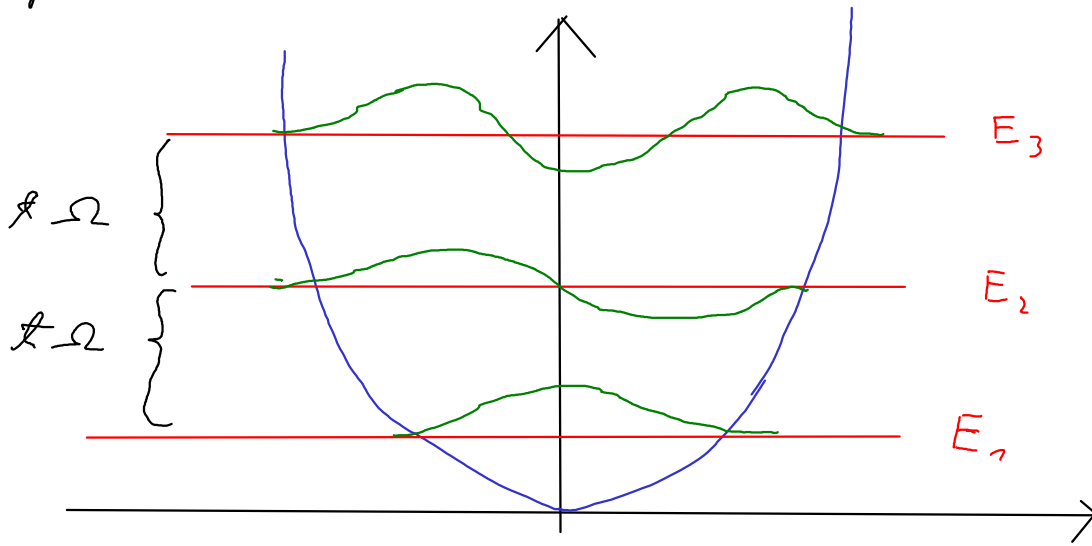
$$\xi = x \sqrt{\frac{m\Omega}{\hbar}} \quad ; \quad [\xi] = 1$$

mit den Hermiteschen Polynomen

$$H_n(\xi) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n}} e^{\xi^2} \frac{d^n e^{-\xi^2}}{d\xi^n} \frac{1}{\sqrt{n! \sqrt{\pi}}}$$

z. B. $H_0(\xi) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}}}$ $H_1(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2 \sqrt{\pi}}} 2\xi$

graphisch



Überlagerungszustand (kohärent oder Glauber-
zustände)

$$\Psi_N = e^{-\frac{N^2}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{N^m}{\sqrt{m!}} \Psi_m(x, t)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} a_m \Psi_m(x, t)$$

$$\Rightarrow |a_m|^2 = \frac{N^{2m}}{m!} e^{-N^2}$$

Wahrscheinlichkeit, Teilchen im
Eigenzustand m zu finden.

Poisson - Verteilung

(wie oft Messung n in einem Feld,
wenn der Mittelwert N ist)

Glauber - Zustände erfüllen im Ortsraum
ohne zu zerfallen.

2.2.7 Der endlich tiefe Potentialtopf

