Streuung von Elektronen an Phononen

Gitterschw.: • raum zeitl. Modulation der Kristallstruktur

• Übergänge von Elektr. von einem Bloch-Zustand in andere

$$\boxed{\vec{k}' - \vec{k} = \vec{G} + \vec{k}_{ph}}$$

• mit Energie der Elektr. um $\pm \hbar\omega_{ph}$ ($\pm$: Phonon $\substack{\text{absorbiert}\\\text{emittiert}}$)

Mittlere Phononen-Besetzung im therm. GG:

$$\boxed{n_s(\vec{k}) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega_s(\vec{k})}{kT}}-1}}$$

(Zweig s mit $\omega_s(\vec{k})$)

$T \gg \Theta_D$: $n_s(\vec{k}) \approx \frac{kT}{\hbar\omega_s(\vec{k})} \approx \frac{T}{\Theta_D}$

Streuwahrscheinlichkeit für Elektron: $\frac{1}{\tau_{ph}} \sim T$

$T \ll \Theta_D$: ohne Rechnung $\frac{1}{\tau_{ph}} \sim T^5$

Störstellenstreuung

Streuquerschnitte im Allg. unabh. von T: $\frac{1}{\tau_{ph}} = \text{const}$

Annahme: Streuprozesse unabh. voneinander

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{ph}} + \frac{1}{\tau_0} \Rightarrow \boxed{\rho = \rho_{ph}(T) + \rho_0}$$

Matthiessensche Regel

ρ_0: Restwiderstand ($\rho_0 = \rho(T \to 0)$)

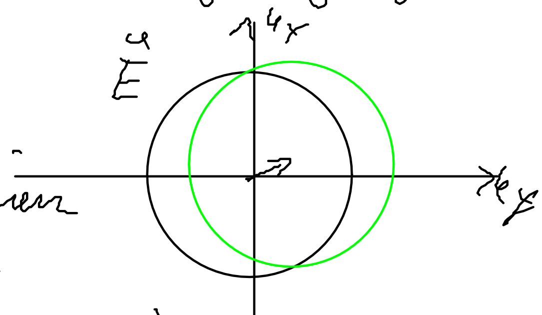
$$\rho_{ph} = \begin{cases} T^5 & T \ll \Theta_D \\ T & T \gg \Theta_D \end{cases}$$

Bem ① ρ-Beitrag durch Verunreinigungen

• ρ = const nur für unmagnetische Verunreinigungen

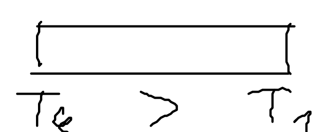
• magnet. Verunr. z.B. Fe in Cu: Anstieg von $\rho(T)$ für $T \to 0$

$\Rightarrow$ „Kondo-Effekt"



② T^5-Gesetz

• für $T \ll \Theta_D$: nur Phononen mit kleinem k_{ph} angeregt, die entsprechenden Streuprozesse tragen wenig zum elektr. Widerstand bei



aber beim Wärmetransport wichtig, deshalb Wiedemann-Franz-Gesetz stark verletzt für $T \approx \Theta_D$

③ Faustregel: reine Metalle $\kappa^{el} \gg \kappa^{ph}$

amorphe Metalle, Legierungen $\kappa^{el} \lesssim \kappa^{ph}$

9.5 Elektron-Elektron-Wechselwirkung

bisher: vollkommen vernachlässigt: 1-El-Näherung (unabh. Elektr.)

Tatsächlich: El-El-Stöße unwahrscheinlich wegen Pauli-Prinzip

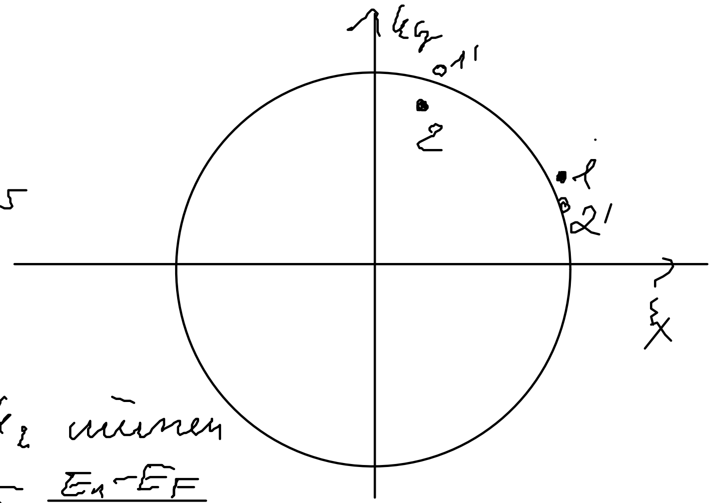
Zweierstoß von El-El bei $T=0$

$E_1 + E_2 = E_1' + E_2'$ $\quad \vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_1' + \vec{k}_2' + \vec{G}$

- angenommen: El 1 hat $E_1 > E_F$, dann $E_2 < E_F$

Zustände mit E_1' und E_2' dürfen nicht besetzt sein, d.h.

$E_1' > E_F \qquad E_2' > E_F$



- Nur Elektronen aus Schale $|E_1 - E_F|$ können als Stoßpartner für El_1 auftreten, also Bruchteil $\frac{E_1 - E_F}{E_F}$
- Streuvektoren $k_1' - k_1$ und $k_2' - k_2$ müssen gleich lang sein $\Rightarrow$ weiterer Faktor $\frac{E_1 - E_F}{E_F}$
- bei thermischer Aufweichung der Fermifläche ($T > 0$):

$\frac{E_1 - E_F}{E_F} \approx \frac{kT}{E_F}$

$\Rightarrow$ Streuung begrenzt durch Phasenraum-Faktor $\left(\frac{kT}{E_F}\right)^2$

bei 10 K: $\sim 10^{-6}$ bis 10^{-7}

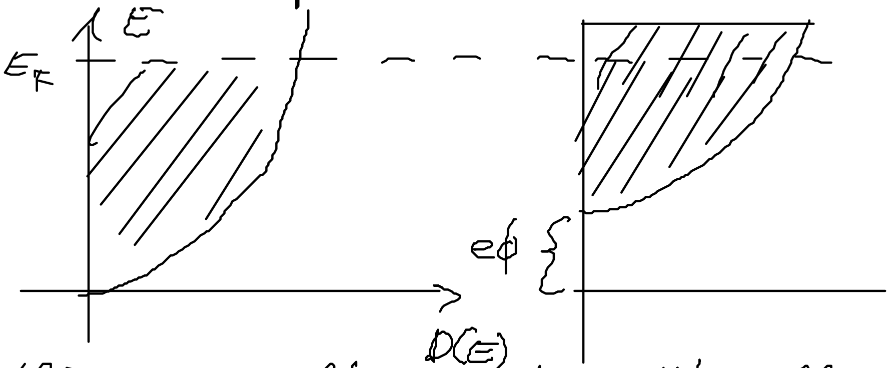
Fazit: El-El-Streuung im Allgemeinen nicht beobachtbar

$\rho \sim T^2$ { sehr reine Metalle, sehr tiefe Temperaturen
oder: Metalle mit sehr kleiner eff. Fermi-Temperatur
„Schwer-Fermion-Systeme"

- weiterer Grund für Vernachlässigung der El-El-WW: Bewegung eines Elektrons wird durch andere Elektr. „abgeschirmt"

Elektrostatische Abschirmung

Lokales Störpotential $e\phi$ mit $|e\phi| \ll E_F$



$T=0$, $\mu \sim E_F$

Gleichgewicht, so dass überall $\mu = \text{const}$ das heißt

⇒ neg. Störpot. (hier angemalt) Elektr. müssen abfließen aus lok. Ber.
pos. zufließen in

⇒ lok. Störpotential wird **abgeschirmt**

- Wenn resultierendes Potential langsam variiert im Vergleich zu k_F^{-1}: halbklass. Näherung

$$\boxed{\nabla^2\phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{e}{\varepsilon_0}\Delta n = \frac{e^2}{\varepsilon_0}D(E_F)\,\phi}$$ mit $\Delta n = D(E_F)\,e\cdot\phi$ Poisson-Gl.

sphärische Symmetrie: $\nabla^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}$

Lösung: $$\boxed{\phi(\vec r) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^{-\kappa r}}{r}}$$ mit $\kappa = e\sqrt{\frac{D(E_F)}{\varepsilon_0}}$

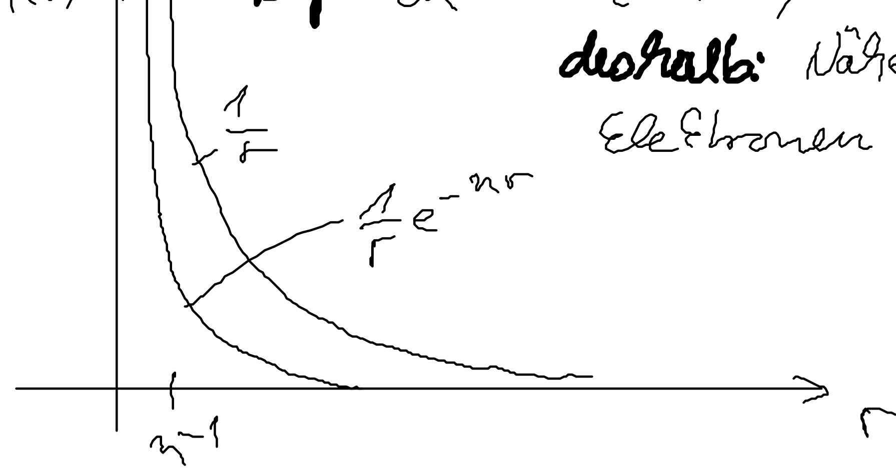
κ^{-1}: Thomas-Fermi-Abschirmlänge

$r \ll \kappa^{-1}$: $\phi(\vec r) \sim \frac{1}{r}$ Potential einer Punktladung

$r > \kappa^{-1}$: $\phi(\vec r)$ ist abgeschirmtes Potential

Bsp: Cu $\kappa^{-1} \approx 0{,}55$ Å

deshalb: Näherung „fast freier" Elektronen häufig gute Näherung



9.6 Quanteneffekte im elektronischen Transport

① Ladung des Elektrons ist quantisiert: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As

Ladungsenergie eines Kondensators: $E = \frac{Q^2}{2C}$ C: Kapazität

Nanostrukturen: $E = \frac{e^2}{2C}$ kann relevante Energie werden

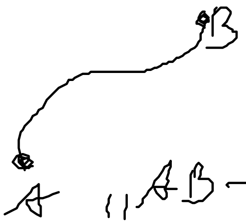
„Einzel-Elektron-Transistor"

② Elektronen können miteinander interferieren

Aharonov-Bohm-Effekt:

Freie Elektr. im Magnetfeld: $\mathcal{H} = \frac{1}{2m}(\vec p + e\vec A)$

$\vec A$: Vektorfeld $\vec B = \mathrm{rot}\,\vec A$



Phasenverschiebung der Elektr. längs der Bahn

$A \to B$: $\boxed{\Delta\varphi_{AB} = \frac{2\pi e}{h}\int \vec A \, d\vec l}$

„AB-Effekt" auch dann, wenn längs der Bahn überall $B = 0$.

klass. Experiment freie Elektr. im Vakuum

Spule sehr lang im Inneren $\vec B = \text{const}$, außen $\vec B = 0$, $\vec A \neq 0$

$\Rightarrow$ Interferenzmuster

$x > 0$: $\Delta\varphi_{AB} > 0$ für $x < 0$: $\Delta\varphi_{AB} < 0$

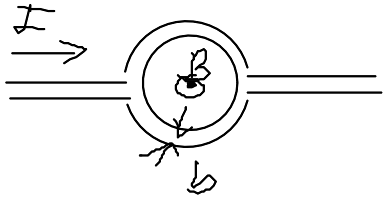
geschlossene Bahn: F: vom Weg umschlossene Fläche

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{h}\oint \vec A \, d\vec l = \frac{2\pi e}{h}\int \vec B \, d\vec f = \frac{2\pi e}{h}\phi$$

ϕ: magnetischer Fluss durch F

- Periodizität mit $\phi = \frac{h}{e}$ des Interferenzmusters (Voraussetz. Kohärenz)

Kohärente Elektr. in Metallen!

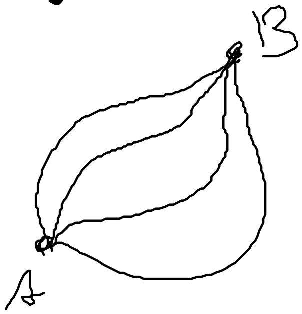


dünner Metallring $\phi \sim 1\,\mu m$, Breite $b \approx 50$ nm

notwendig: tiefe Temp., da inelastische Streuprozesse z.B. an Phononen Kohärenz zerstören

Bemerkenswert: elast. z.B. an unmagn. Störstellen oder Oberflächen, zerstören Kohärenz nicht

Interferenz in makroskopischen Metallen



Interferenzen auf verschiedenen Pfaden mitteln sich heraus.

Interferenz von zwei zeitumkehrinvarianten Wegen für A = B, führt zu Anstieg von $\rho(T)$ zu tiefen Temp.

A=B: erhöhte Rückstreuwahrscheinlichkeit $\Leftrightarrow$ erhöhtes $\rho(T)$

zusätzliche Phasenverschiebung

negativer Magnetowiderstand $\rho(B)$ für größer werd. B.

Wenn $b \approx l_F^{-1}$ wird: Nanostrukturen als Wellenleiter für Elektronen (analog zu Hohlleitern, Glasfaser)