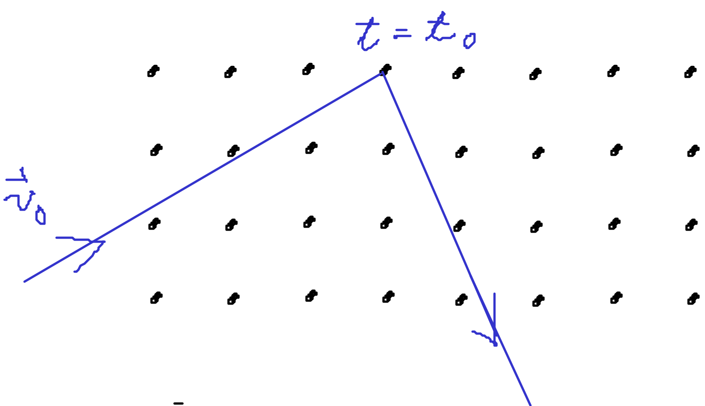
repetition

anharmonic effects (non-parabolic potential)
specific heat
heat conductance
umklapp-processes - heat conductance at low temperatures
$\Rightarrow$ limit of thermal conductance is limited by the size of the crystal

freies Elektronengas

klassische Drude-Modell



$\Rightarrow$ ideales Gas von Elektronen

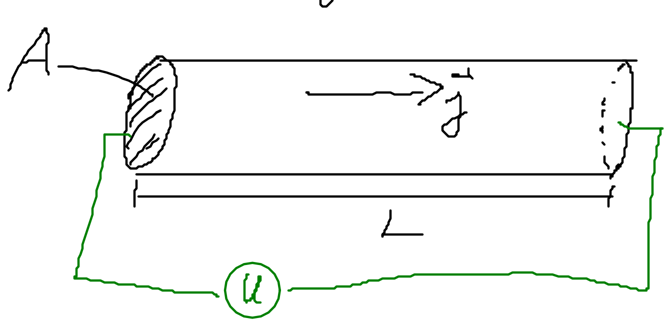
Wechselwirkung nur durch Stöße mit Rümpfen

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

mittlere Stoßzeit τ (Relaxationszeit)

Stoßwahrscheinlichkeit in dt ist $\frac{dt}{\tau}$

Elektrische Leitfähigkeit



$\vec{E} = \rho \vec{j}$ — Stromdichte

ρ: spez. Widerstand

$\vec{j} = \sigma \vec{E}$

$\sigma = \frac{1}{\rho}$ Leitfähigkeit

$$|\vec{j}| = \frac{I}{A} \qquad |\vec{E}| = \frac{U}{L} \qquad \frac{U}{I} = R = \rho \frac{L}{A}$$

Stromdichte $\qquad \vec{j} = -en\vec{v}_D$

└ Driftgeschwindigkeit $\neq \vec{v}$

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - m\frac{\vec{v}_D}{\tau}$$

└ "Reibungskraft"

$$\vec{v}\Big|_{t=t_1} = v_0\Big|_{t=t_0} - \frac{e\vec{E}t}{m}$$

$$\vec{v}_D = \langle \vec{v}(t_1) \rangle = \langle \vec{v}_0 \rangle - \frac{e\vec{E}\langle t_1 - t_0 \rangle}{m}$$

thermische Elektronen ⇒ Geschwindigkeit isotrop verteilt $\quad \langle \vec{v}_0 \rangle = 0$

$\langle t_1 - t_0 \rangle$ mittlere Zeit zwischen zwei Stößen $(= \tau)$

$$\vec{v}_D = -\frac{e\vec{E}\tau}{m}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}}$$

— auch in QM richtig – wenn auch nicht trivial

"naive" Prognose

$a \sim 10^{-10}\,m$ Abstand zwischen Atomen

$$\tau \approx \frac{a}{\sqrt{\langle v^2 \rangle}} = \frac{a}{\sqrt{\frac{3k_BT}{m}}} \sim 10^{-14}\,s$$

klassisches ideales Gas

Bsp. Cu bei 300 K : $\quad n \sim 10^{23}$ Elektronen

$$\Rightarrow \quad \sigma \approx 10^5\,\Omega^{-1}m^{-1}$$

(Das ist zufälligerweise richtig)

mit $\sqrt{\frac{3 k_B T}{m}} = \langle v^2 \rangle^{1/2} \approx 10^5 \frac{m}{s}$

im Vergleich zur Geschwind. der Elektronen an der Fermi-Kante klein

$$\ell = \frac{\sqrt{\langle v^2 \rangle}}{\tau} \sim 1 \dots 10 \text{ Å}$$ mittlere freie Weglänge

! bei tiefen Temp. ist $\ell \sim 10^6 - 10^8$ Å

Einschub

Impuls - Relaxation

$\vec{p} = m\vec{v}$, $\vec{j} = -\frac{ne}{m}\vec{p}$

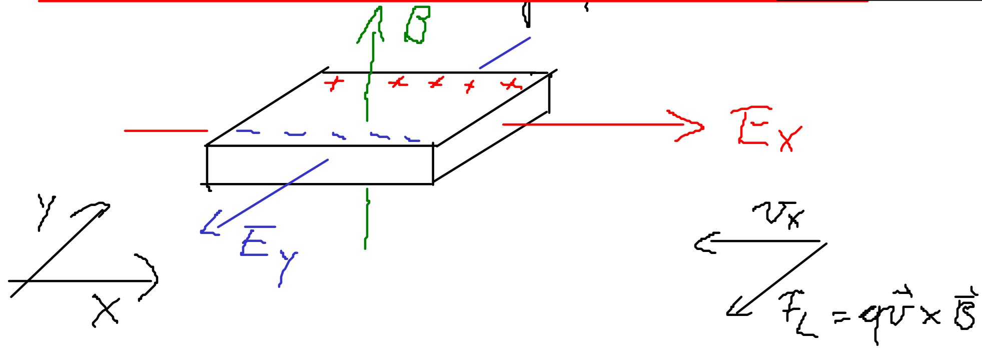
"kein Stoß" - Wahrscheinlichkeit $\left(1 - \frac{dt}{\tau}\right)$

$$\vec{p}(t_0 + dt) = \left(1 - \frac{dt}{\tau}\right)\left(\vec{p}(t) + \vec{F}(t)dt + O(dt^2)\right)$$

$$= \vec{p}(t) - \frac{dt}{\tau} p(t) + \vec{F}(t)\, dt + O(dt^2)$$

$$\lim_{dt \to 0} \Rightarrow \frac{d\vec{p}(t)}{dt} = -\frac{\vec{p}(t)}{\tau} + \vec{F}$$

Elektronen im Magnetfeld Hall-Effekt



$$\vec{F} = \underbrace{-e\vec{E}}_{F_{el}} = \underbrace{-e\vec{v} \times \vec{B}}_{F_L}$$

$$E_y = v_x B = \underbrace{-\frac{1}{en}}_{} j_x B$$

$R_H = -\frac{1}{en}$

Hall-Konstante

Cu : $-5{,}3 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{C}$

Al : $+9{,}9 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{C}$

Ag, Au : $R_H > 0$

Zn : $R_H < 0$

⇒ Modell etwas zu einfach ?

im Gleichgewicht $$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 = -eE_x - \frac{e}{m} p_y B - \frac{p_x}{\tau}$$

$$0 = -eE_y - \frac{e}{m} p_x B - \frac{p_y}{\tau}$$

mit $B R_H = \frac{\omega_c \tau}{\sigma}$

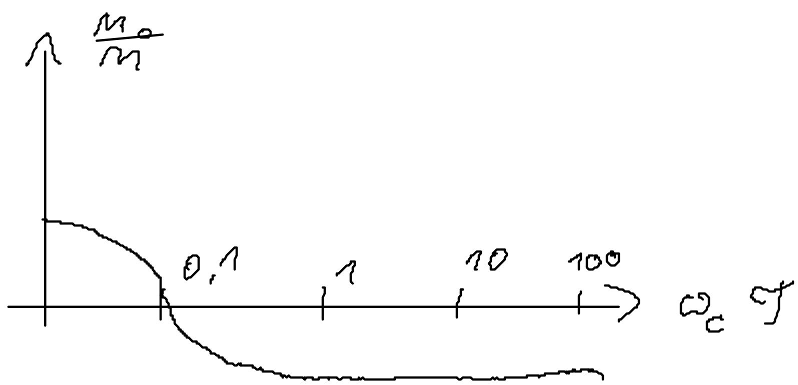
⇒

$$\sigma E_x = \omega_c \tau j_x + j_y \qquad \sigma E_y = -\omega_c \tau j_x + j_y$$

$\omega_c = \frac{e}{m} B$ (Zyklotronfrequenz)

$\left.\frac{m_0}{m}\right|_{1T}$ =

Rb	Cu	Al
1,0	1,5	-0,3



Wechselstrom - Leitfähigkeit (AC)

$$\vec{E}(t) = \mathrm{Re}\left(\vec{E}(\omega)\, e^{-i\omega t}\right)$$

$$\vec{p}(t) = \mathrm{Re}\left(\vec{p}(\omega)\, e^{-i\omega t}\right)$$

$$-i\omega \vec{p}(\omega) = -\frac{\vec{p}(\omega)}{\tau} - e\vec{E}(\omega)$$

$$\vec{j}(t) = \mathrm{Re}\left(\vec{j}(\omega)\, e^{-i\omega t}\right)$$

$$\vec{j}(\omega) = -\frac{ne}{m}\vec{p}(\omega) = \frac{ne^2}{m}\frac{\vec{E}(\omega)}{\frac{1}{\tau} - i\omega} =: \sigma(\omega)\vec{E}(\omega)$$

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega\tau}$$

Magnetfeld $B(\omega) \approx 0$ und $v \ll c$

Magnetfeld durch Wechselstrom

Maxwell-Gl.: $\Rightarrow$ Wellenlänge

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} c \gg \ell$$ diffusiver Transport

$$\vec{E} = \vec{E}_0(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\nabla^2 \vec{E} = i\omega \, \vec{\nabla} \times \vec{B} = i\omega \mu_0 (\sigma \vec{E} - i\omega \varepsilon_0 \vec{E})$$

$$\Rightarrow \quad -\nabla^2 \vec{E} = \omega^2 \frac{1}{c^2} \varepsilon(\omega) \vec{E} \qquad \text{mit } \varepsilon(\omega) = 1 + i \frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0 \omega}$$

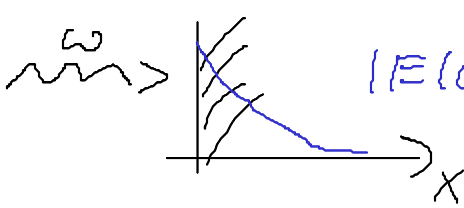
1) hohe Frequenzen: $\omega\tau \gg 1$

$$\sigma(\omega) = \sigma_0 \frac{1 + i\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2} \approx \sigma_0 \frac{1 + i\omega\tau}{\omega^2\tau^2} \approx \sigma_0 \frac{i}{\omega\tau}$$

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \tau \omega^2} \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \qquad \omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\varepsilon_0}$$ Plasma-frequenz (Langmuir-Frequenz)

falls $\omega < \omega_p \rightarrow \varepsilon(\omega) < 0$

$\Rightarrow \vec{E}$ fällt exponentiell ab



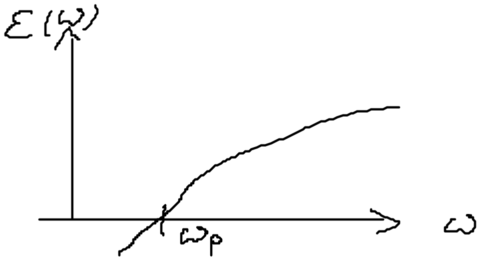
falls $\omega > \omega_p \Rightarrow$ Metall ist transparent

Ladungsschwingungen

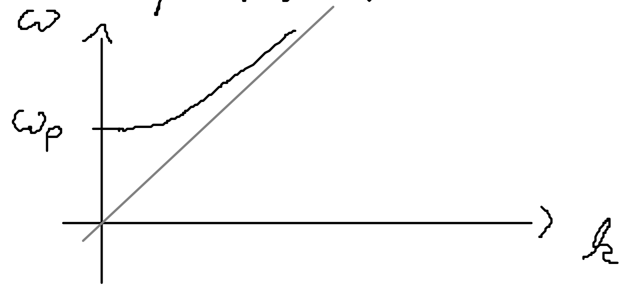
$$\vec{\nabla} \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} \qquad \rho(\omega) = \rho_0 \, e^{-i\omega t}$$ Ladungsdichte

$$\sigma(\omega) \rho(\omega) = -\frac{i\omega}{\varepsilon_0} \rho(\omega)$$

Plasmonen: $E_p = \hbar \sqrt{\dfrac{ne^2}{m\varepsilon_0}}$



Dispersionsrelation



$$\omega = \frac{kc}{\sqrt{\varepsilon(\omega)}}$$