

Elektronen Transporteigenschaften

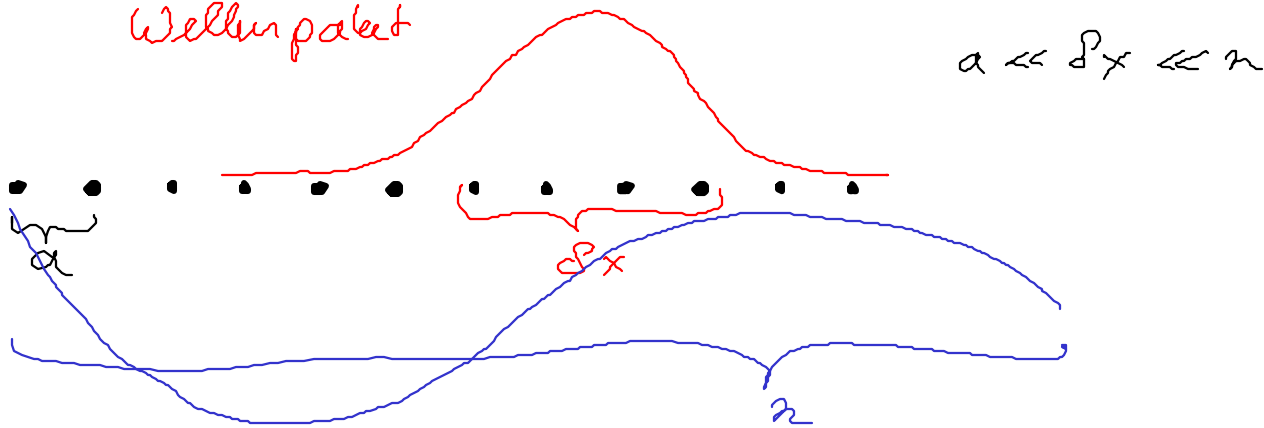
$\rho_p \rho_r > 1$ Unschärferelation mit Unschärfepuls ρ_p

- Elektronen als Wellenpaket

z. B. $\psi(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}} g(\vec{k}) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} t)}$

$g(\vec{k})$ Verteilung z. B. Gaußförmig verteilt um \vec{k}

Wellenpaket



- semi-classische Näherung

Unschärfe im \vec{k} -Raum $|\delta k| \ll \frac{\pi}{a}$

Quasimpuls \vec{k}

$\frac{\partial}{\partial t} \vec{r} = \vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} E(\vec{k})$

Gruppengeschwindigkeit $\vec{v}(\vec{k})$

z. B. freie Elektronen: $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$, $v_g = \frac{\hbar k}{m}$

\Rightarrow semi-classische Bewegungsgleichung:

$\hbar \frac{\partial}{\partial t} \vec{k} = \vec{F} = -e \vec{E} - e \vec{v}(\vec{k}) \times \vec{B}(\vec{r}, t)$ elektr. Feld \vec{E}

- Ableiten der Gruppengeschwindigkeit

$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} E(\vec{k}) \right) = \frac{\partial}{\partial \vec{k}} \left(\frac{1}{\hbar} \frac{\partial}{\partial \vec{k}} E(\vec{k}) \right) \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2}{\partial \vec{k}^2} E(\vec{k}) \vec{F}$

- für die kartesischen Komponenten gilt:

$\frac{\partial}{\partial t} v_i = \frac{1}{\hbar^2} \sum_j \frac{\partial^2}{\partial k_i \partial k_j} E(\vec{k}) F_j = \sum_j \left(\frac{1}{m^*} \right)_{ij} F_j$

effektive Masse: Tensor $[m^*] = \tilde{m}^*$

Die reziproke effektive Masse ist durch die Krümmung der Energiefläche bestimmt

Quasimpuls $\hbar \vec{k} = [m^*] \vec{v}$ Tensor $[m^*]$ ist symmetrisch

\Rightarrow auf Hauptachsen transformieren mit 3 unabhängigen Komponenten

1) Beschleunigung erfolgt nicht in Richtung der Kraft

2) Betrag von der Beschleunigung hängt auch von \hbar ab

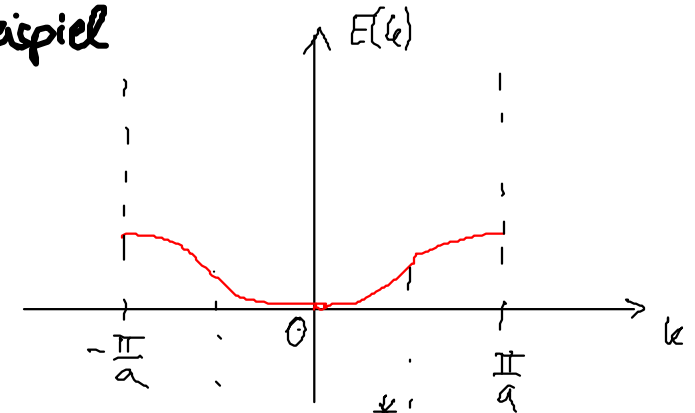
• einfacher Fall: $m_{11}^* = m_{22}^* = m_{33}^* = m^*$

\Rightarrow skalare Größe $m^*(k) = \frac{\hbar^2}{\frac{d^2}{dk^2} E(k)}$

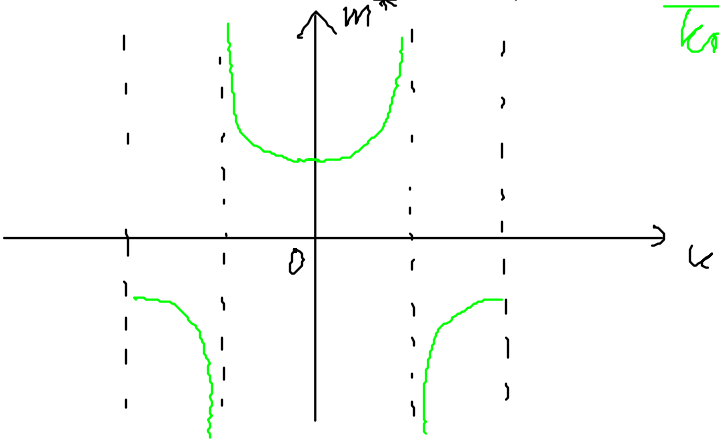
z. B. in Umgebung von Bandextrema

\approx Parabolische Energieflächen

Beispiel

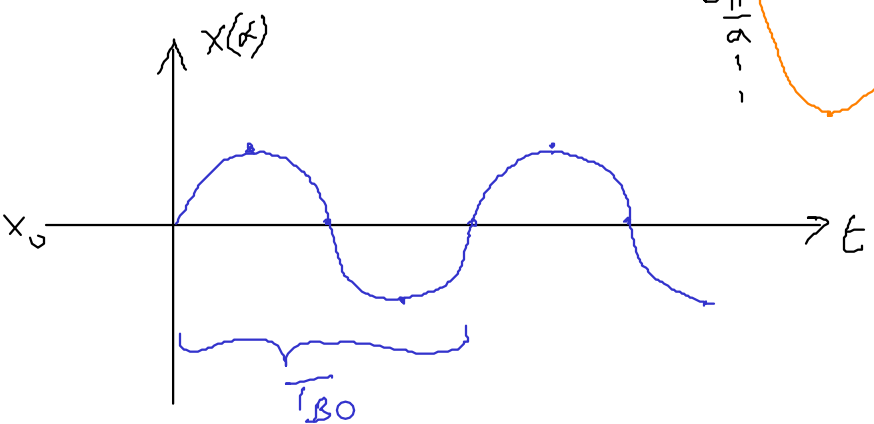
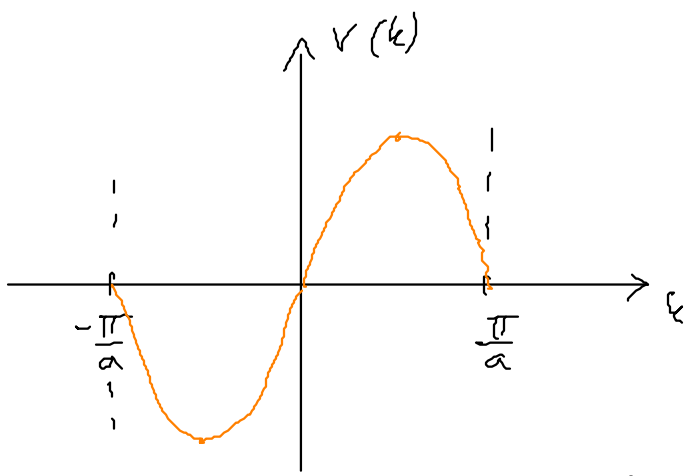


$\frac{1}{\text{Krümmung von } E(k)}$



Bloch-Oszillationen

$$\hbar \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = \frac{\hbar \omega}{v} = -e \vec{E}$$



$$T_{B0} = \frac{\Delta k}{\langle \left| \frac{dk}{dt} \right| \rangle} \approx \frac{2\pi/a}{\frac{eE\hbar}{\hbar}}$$

Die Periode der Bloch-Oszillation $T_{B0} = \frac{\hbar}{aeE}$

- $\varepsilon = 1 \frac{hV}{m}$; $a = 2 \text{ \AA} \Rightarrow T_{B0} \approx 20 \text{ ns}$, $f_{B0} \approx 50 \text{ MHz}$
 $v \approx v_F \approx 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow \delta x \approx v_F T_{B0} \approx 2 \text{ cm}$
- Mittlere Stoßzeit $\tau \approx 10^{-14} \text{ s} \Rightarrow \lambda \approx 10 \text{ nm}$

\Rightarrow Blochoszillationen sind sehr schwer nachzuweisen in natürlichen Kristallen

\Rightarrow im dotierten Halbleitern f sehr groß wegen a sehr groß

Ladungstransport: Elektronen und Löcher

- Stromdichte $\vec{j} = -\frac{e}{V} \sum_{\vec{k}} \vec{v}(\vec{k})$
 Zustandsdichte $\rho_k = \frac{2V}{(2\pi)^3}$ (2 spin Richtungen möglich)
 $\vec{j} = -\frac{e}{4\pi^3} \int \vec{v}(\vec{k}) f(E, T) d^3k$

Bei $T=0$: $\vec{j} = -\frac{e}{4\pi^3} \int_{\text{besetzte Zustände}} \vec{v}(\vec{k}) d^3k = -\frac{e}{4\pi^3} \int_{\text{besetzte Zustände}} \nabla_{\vec{k}} E(\vec{k}) d^3k$

- mit Inversionsymmetrie: $E(\vec{k}) = E(-\vec{k})$, $\vec{v}(-\vec{k}) = -\vec{v}(\vec{k})$
 $\vec{j} = -\frac{e}{4\pi^3} \left(\underbrace{\int_{BZ} \vec{v}(\vec{k}) d^3k}_{=0} - \int_{\text{leer}} \vec{v}(\vec{k}) d^3k \right) = \frac{e}{4\pi^3} \int \vec{v}(\vec{k}) d^3k$

\Rightarrow Löcher