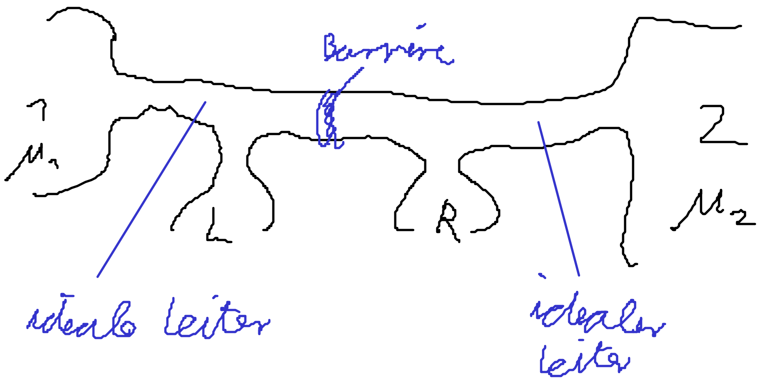
2.4 Die Formel von Landauer

$$G_{4p} = \frac{2e^2}{h} \frac{T}{R}$$

- für $T \to 1$, $R \to 0$ geht $G_{4p} \to \infty$, $R_{4p} \to 0$

- 2 Punkt Messung $\quad G_{2p} = \frac{2e^2}{h} T$



$$G_{4p} = \frac{eI}{\mu_L - \mu_R}$$

$$G_{2p} = \frac{eI}{\mu_1 - \mu_2}$$

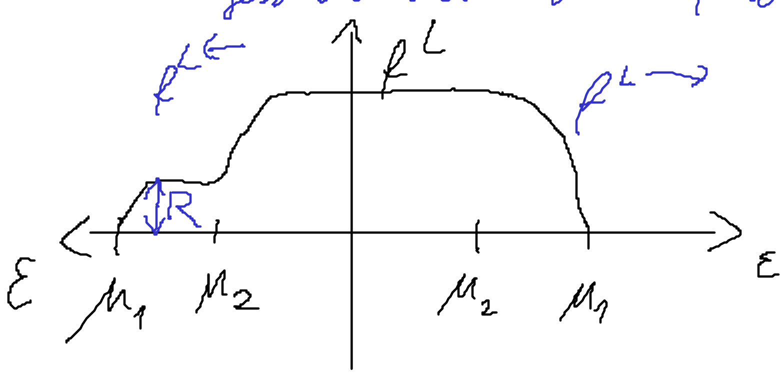
Elektronen werden an der Barriere reflektiert oder transmittiert

$$f^L(\varepsilon) = \underbrace{f^{L\rightarrow}(\varepsilon)}_{\text{von links nach rechts}} + \underbrace{f^{L\leftarrow}(\varepsilon)}_{\text{von links reflektiert}}$$

$$f^{L\rightarrow}(\varepsilon) = f^{th}(\varepsilon - \mu_1)$$

$$f^{L\leftarrow}(\varepsilon) = R f^{th}(\varepsilon - \mu_1) + T f^{th}(\varepsilon - \mu_2)$$

gesamte nach links laufende Elektronen



analog f^R

$$f^R(\varepsilon) = f^{R\rightarrow}(\varepsilon) + f^{R\leftarrow}(\varepsilon)$$

$$f^{R\rightarrow} = T f^{th}(\varepsilon - \mu_1) + R f^{th}(\varepsilon - \mu_2)$$

Eine Spannungsmessung misst

$$\mu = \int dE\, f(E)$$

- offensichtlich richtig für therm. Verteilung ($\mu \gg k_B T$)

$$\mu = \int_0^\infty dE\, f^{th}(E-\mu)$$

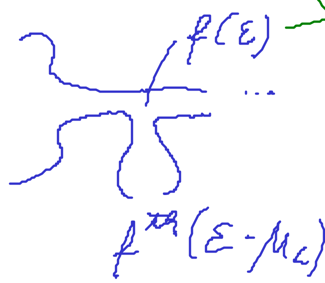
$$f^{th} = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{k_B T}\right)+1}$$

- gilt auch für bel. Verteilungen

z. B. bei

$$I = \frac{2e}{h}\int dE\left[f(E) - f^{th}(E-\mu_L)\right]$$

bel. Verteilung



Bei Spannungsmessung wird μ so eingestellt, dass $I=0$

$$= \frac{2e}{h}\left[\int f(E)\, dE - \mu_L\right]$$

$$\Longrightarrow \quad \mu_L = \int f(E)\, dE \qquad (\text{da } I = 0 \text{ wird})$$

$$\mu_L = \frac{1}{2}\int_0^\infty dE\left[f^{L\rightarrow}(E) + f^{L\leftarrow}(E)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\mu_1 + R\mu_1 + T\mu_2\right]$$

$$\mu_R = \frac{1}{2}\int_0^\infty dE\left[f^{R\rightarrow}(E) + f^{R\leftarrow}(E)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\mu_2 + T\mu_1 + R\mu_2\right]$$

$$\Rightarrow \quad \mu_L - \mu_R = \frac{1}{2}(1+R-T)(\mu_1-\mu_2) = R(\mu_1-\mu_2)$$

$$\boxed{G_{4p} = \frac{eI}{\mu_L-\mu_R} = \frac{eI}{R(\mu_1-\mu_2)} = \frac{1}{R}\, G_{2p} = \frac{2e^2}{h}\,\frac{T}{R}}$$

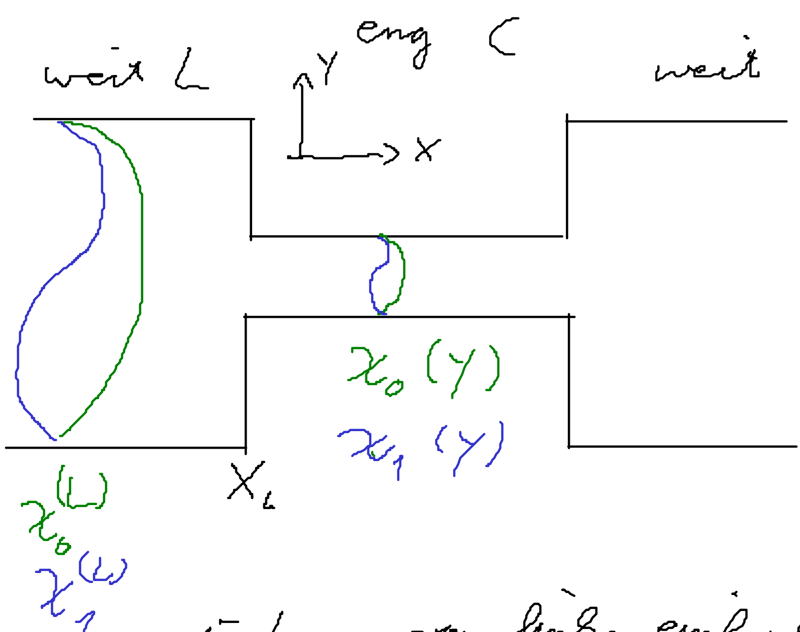
Interpretation: Kontaktwiderstand

$$R_{2p} = R_{4p} + R_c$$

$$\frac{h}{2e^2}\,\frac{1}{T} = \frac{h}{2e^2}\,\frac{R}{T} + R_c \quad\Rightarrow\quad R_c = \frac{h}{2e^2}$$

Kontaktwid.

2.5 Multi-Kanal-Problem



in L von links einlaufende Welle

$$\psi_n^{(L)} = \chi_n^{(L)}(y)\, e^{i k_n x} \qquad \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = E \approx E_F$$

Welle läuft von links ein, an X_L wird reflektiert

Reflektierte Welle:

$$\psi_{out}^{(L)} = \sum_{n'} r_{n'n}(E_F)\, \chi_{n'}^{(L)}(y)\, e^{-i k_{n'} x}$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon_{n'} + \frac{\hbar^2 k_{n'}^2}{2m} = E_F$$

Zerfallende Lösungen sind notwendig, um Anschlussbedingungen zu erfüllen

$$\Psi^{(L)}_{decay} = \sum_{n''} c_{n''n}(E_F)\, \chi^{(L)}_{n''}(y)\, e^{\mathcal{K}_{n''} x}$$

zerfällt für $x \to -\infty$ $\qquad \varepsilon_{n''} - \frac{\hbar^2 \mathcal{K}^2_{n''}}{2m} = E_F$

in C $\qquad \Psi^{(C)}(x) = \sum_p \chi^{(C)}_p(y) \left[\alpha_p e^{i k_p x} + \beta_p e^{-i k_p x}\right]$

propagiert $\quad E_F > \varepsilon_p \quad E_F = \varepsilon_p + \frac{\hbar^2 k_p^2}{2m}$

zerfallend $\quad E_F < \varepsilon_p \quad E_F = \varepsilon_p - \frac{\hbar^2 \mathcal{K}_p^2}{2m}$

in R $\qquad$ auslaufend

$$\Psi^{(R)}_{out} = \sum_m t_{nm}(E_F)\, \chi^{(R)}_m(y)\, e^{i k_m x}$$

$$E_F = \varepsilon_m + \frac{\hbar^2 k_m^2}{2m}$$

zerfallend

$$\Psi^{(R)}_{decay} = \sum_{m'} d_{m'n}(E_F)\, \chi^{(R)}_{m'}(y)\, e^{-\mathcal{K}_{m'} x}$$

$$E_F = \varepsilon_{m'} - \frac{\hbar^2 \mathcal{K}^2_{m'}}{2m}$$

Anschlussbedingungen bei x_L und x_R

$$\Psi(x_i - 0, y) = \Psi(x_i + 0, y)$$
$$\Psi'(x_i - 0, y) = \Psi(x_i + 0, y)$$
$$\Psi(x_L - 0, y) = \Psi(x_R + 0, y) = 0 \quad \text{für} \quad \begin{array}{l} y > y_L \\ y < y_R \end{array}$$

... lange Rechnung ...

gelöst von Stone + Szafer $\qquad t_{mn} = ?$

$\hookrightarrow$ t und r bekannt $\qquad r_{mn} = ?$

$\Rightarrow$ Transmissionswahrsch. $\quad T_n = \sum_{m \in R} |t_{mn}|^2$

Zustände die in R passen

⇒ Leitwert

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{n \in L} T_n(E_F)$$

$$= \frac{2e^2}{h} \sum_n \sum_m |t_{mn}|^2 = \frac{2e^2}{h} \operatorname{tr}(t t^+)$$

t_{mn} Matrix für Zustand n rein Zustand m raus (Übergangswahrsch.)

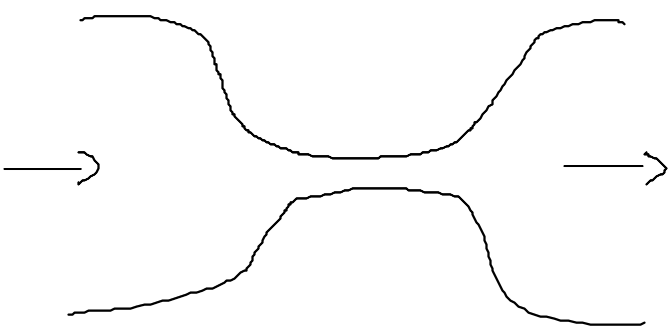
Reflektion: $R_n(E_F) = \sum_{n'} |r_{n'n}|^2$

$$\sum_n^{N_L} 1 = \sum_m^{N_L} (T_n + R_n)$$

(N_L maximale einlaufende Kanäle)

$= N_L$ ≙ Zahl der einlaufenden Kanäle bei E_F

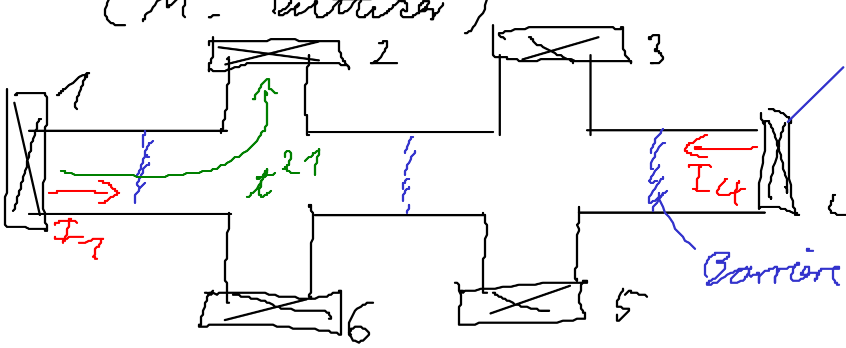
2.6. Adiabatische Einschnürung



nächsten Di. (12.5.09)

2.7. Multi-Kontakt-Problem

(M. Büttiker)



Reservoir ⊠ $\alpha \in [1;6]$

Strom in die Probe (evtl. negativ)

Brauche $t^{\beta \leftarrow \alpha}_{m \leftarrow n} = t^{\beta\alpha}_{mn}$ (in α Kanal n rein an β Kanal m raus)

Transmissionsamplituden

von Kontakt α nach Kontakt β
Kanal n Kanal m

(analog r^{α}_{mn} Reflektionsamplitude)

Gesamte Transmissionsamplitude

$$T_{\beta\alpha} = \sum_{n=1}^{N_\alpha} \sum_{m=1}^{N_\beta} | t^{\beta\alpha}_{mn} |^2$$

Reflektionswahrsch.

$$R_\alpha(E) = \sum_{m=1}^{N_\alpha} \sum_{n=1}^{N_\alpha} | r^{\alpha}_{mn} |^2$$

Strom $I_\alpha = \int dE \, i_\alpha(E)$

$$i_\alpha(E) = \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} \left(T_{\beta\alpha}(E) f^{th}_\alpha(E) - T_{\alpha\beta} f^{th}_\beta(E) \right)$$

aus α nach β aus β nach α

hier ist $\mu_\alpha \neq \mu_\beta$ erlaubt

Gleichgewicht: alle μ_α gleich $\Leftrightarrow$ $i_\alpha = 0$

$$\Rightarrow \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\beta\alpha} = \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}$$

Stromerhaltung $N_\alpha = \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\beta\alpha} + R_\alpha$

$$i_\alpha(E) = \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta} \left[f^{th}_\alpha(E) - f^{th}_\beta(E) \right]$$

$$\Rightarrow I_\alpha = \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} \int dE \, T_{\alpha\beta}(E) \left(-\frac{\partial f^{th}}{\partial E} \right) (\mu_\alpha - \mu_\beta)$$

$$= \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}(E_F)(\mu_\alpha - \mu_\beta)$$

$$= \sum_{\beta \neq \alpha} G_{\alpha\beta}(\mu_\alpha - \mu_\beta) \quad \text{mit } G_{\alpha\beta} = \frac{2e^2}{h} T_{\alpha\beta}(E_F)$$

umschreiben

$$I_\alpha = \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}(E_F)\mu_\alpha - \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}(E_F)\mu_\beta$$

$$\boxed{\frac{h}{2e} I_\alpha = \left[N_\alpha - R_\alpha(E_F) \right] \mu_\alpha - \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta}(E_F)\mu_\beta}$$

Büttiker