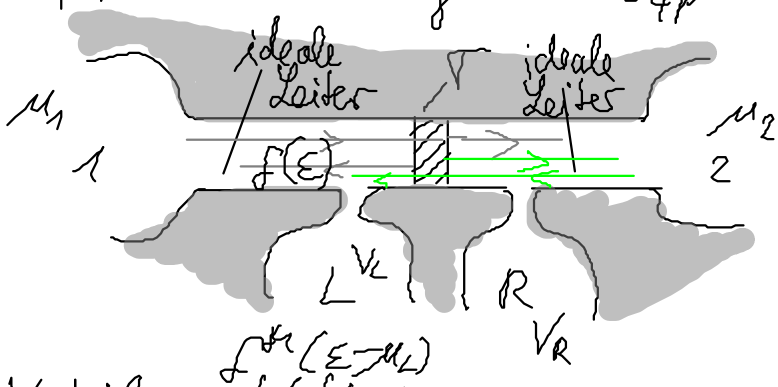
2.4 Die Formel von Landauer

$$G_{4p} = \frac{2e^2}{h}\frac{T}{R}$$

- für $T \longrightarrow 1$, $R \longrightarrow 0$ geht $G_{4p} \longrightarrow \infty$, $R_{4p} \longrightarrow 0$

- 2 Proben Messung $\quad G_{2p} = \frac{2e^2}{h} T$

  4 Proben Messung $\quad G_{4p} = \frac{2e^2}{h}\frac{T}{R}$



$$G_{4p} = \frac{eI}{\mu_L - \mu_R}$$

$$G_{2p} = \frac{eI}{\mu_1 - \mu_2}$$

- Verteilungsfunktionen

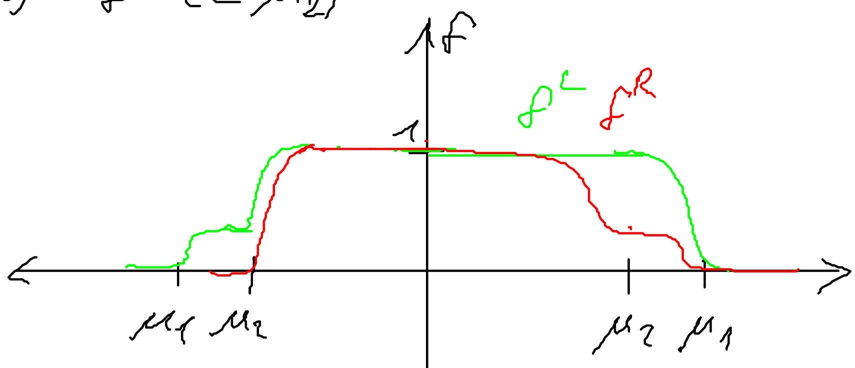
$$f^L(\varepsilon) = f^{L\rightarrow}(\varepsilon) + f^{L\leftarrow}(\varepsilon)$$

$$f^{L\rightarrow}(\varepsilon) = f^{th}(\varepsilon-\mu_1) \qquad f^{L\leftarrow}(\varepsilon) = R f^{th}(\varepsilon-\mu_1) + T f^{th}(\varepsilon-\mu_2)$$

$$f^R(\varepsilon) = f^{R\rightarrow}(\varepsilon) + f^{R\leftarrow}(\varepsilon)$$

$$f^{R\rightarrow}(\varepsilon) = T f^{th}(\varepsilon-\mu_1) + R f^{th}(\varepsilon-\mu_2)$$

$$f^{R\leftarrow}(\varepsilon) = f^{th}(\varepsilon-\mu_2)$$



- Eine Spannungsmessung misst $\mu = \int d\varepsilon\, f(\varepsilon)$

- offensichtlich richtig für thermische Verteilungen $\mu = \int_0^\infty d\varepsilon\, f^{th}(\varepsilon-\mu)$

$$f^{th} = \frac{1}{\exp\left[\frac{(\varepsilon-\mu)}{k_B T}+1\right]} \qquad \text{für } \mu \gg k_B T$$

- Gilt auch für beliebige Verteilung $f(\varepsilon)$

  z.B. bei L: $I = \frac{2e}{h}\int d\varepsilon \left[f(\varepsilon) - f^{th}(\varepsilon-\mu_L)\right]$ (Ein Kanal)

  ↳ In der Probe

$$I = \frac{2e}{h}\left[\int d\varepsilon\, f(\varepsilon) - \mu_2\right]$$

- Bei Spannungsmessung wird μ_L so eingestellt, dass $I=0$

$$\Rightarrow \mu_L = \int d\varepsilon\, f(\varepsilon)$$

Faktor wegen Aufteilung links und rechts propagierender f

$$\mu_L = \frac{1}{2}\int_0^\infty d\varepsilon\left[f^{L\rightarrow}(\varepsilon) + f^{L\leftarrow}(\varepsilon)\right] = \frac{1}{2}\left[\mu_1 + R\mu_1 + T\mu_2\right]$$

$$\mu_R = \frac{1}{2}\int_0^\infty d\varepsilon\left[f^{R\rightarrow}(\varepsilon) + f^{R\leftarrow}(\varepsilon)\right] = \frac{1}{2}\left[\mu_2 + T\mu_1 + R\mu_2\right]$$

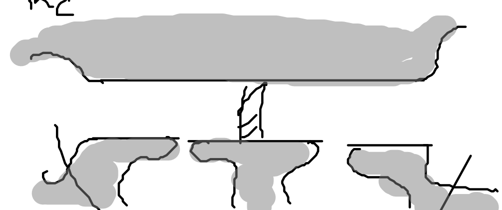
$$\mu_L - \mu_R = \frac{1}{2}(1 + R - T)(\mu_1 - \mu_2) = R(\mu_1 - \mu_2)$$

$$\boxed{G_{4p} = \frac{eI}{\mu_L - \mu_R} = \frac{eI}{R(\mu_1 - \mu_2)} = \frac{1}{R}G_{2p} = \frac{2e^2}{h}\frac{T}{R}}$$

- Interpretation: Kontaktwiderstand R_c

$$R_{2p} = R_{4p} + R_c$$

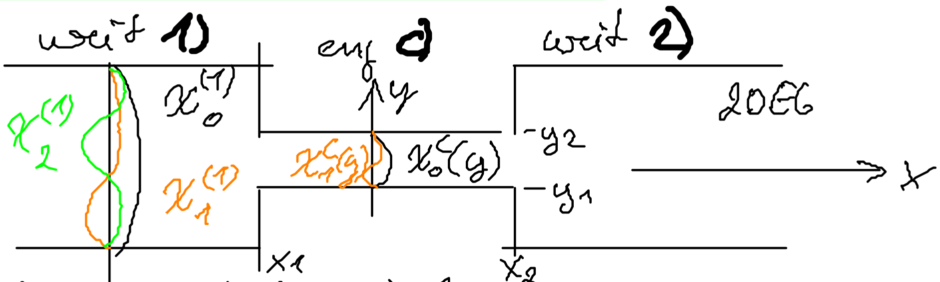
$$\frac{h}{2e^2 T} = \frac{hR}{2e^2 T} + R_c \Rightarrow R_c = \frac{h}{2e^2}$$



effektiver Kontaktwiderstand

2.5 Multi-Kanal-Problem

n einlaufende Moden
n' reflektierte Moden
n'' weitere Moden



1) von links einlaufende Welle

$$\psi_{in}^{(1)} = \chi_n^{(1)}(y)\, e^{ik_n x} \qquad \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} = E \approx E_F$$

Reflektierte Welle

$$\psi_{out}^{(1)} = \sum_{n'} r_{n'n}(E_F)\, \chi_{n'}^{(1)}(y)\, e^{-ik_{n'}x} \qquad \varepsilon_{n'} + \frac{\hbar^2 k_{n'}^2}{2m} = E_F$$

Zerfallende Zustände sind nötig, um Anschlussbed. zu erfüllen

$$\psi_{decay}^{(1)} = \sum_{n''} c_{n''n}(E_F)\, \chi_{n''}^{(1)}(y)\, e^{k_{n''}x} \qquad \varepsilon_{n''} - \frac{\hbar^2 k_{n''}^2}{2m} = E_F$$

c) $$\psi^{(c)}(x) = \sum_p \chi_p^{(c)}(y)\left[\alpha_p e^{ik_p x} + \beta_p e^{-ik_p x}\right]$$

propagierend $E_F > \varepsilon_p$ $\quad E_F = \varepsilon_p + \frac{\hbar^2 k_p^2}{2m}$

zerfallend $E_F < \varepsilon_p$ $\quad E_F = \varepsilon_p - \frac{\hbar^2 k_p^2}{2m}$

2) $$\psi_{out}^{(2)} = \sum t_{mn}(E_F)\, \chi_m^{(2)}(y)\, e^{ik_m x} \qquad E_F = \varepsilon_m + \frac{\hbar^2 k_m^2}{2m}$$

$$\psi^{(2)}_{decay} = \sum_{m'} d_{n'm}(E_F)\, \chi^{(2)}_{m'}(y)\, e^{-k_{m'}x} \qquad E_F = \varepsilon_{m'} - \frac{\hbar^2 k_{m'}^2}{2m}$$

• **Anschlussbedingungen** bei x_1 und x_2

$$\left.\begin{array}{l} \psi(x_i-0,y) = \psi(x_i+0,y) \\ \psi'(x_i-0,y) = \psi'(x_i+0,y) \end{array}\right\} \text{ für } y \in (y_1, y_2)$$

$$\psi(x_1-0,y) = \psi(x_2+0,y) = 0 \quad \text{für } y > y_1 \text{ oder } y < y_2$$

• gelöst von Stone + Szafer

$\Rightarrow$ t_{mn} und r_{mn} bestimmt

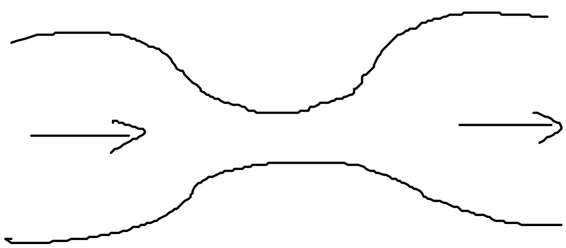
$\Rightarrow$ Transmissionswahrscheinlichkeit $T_n = \sum_{m\in 2} |t_{mn}|^2$

$\Rightarrow$ Leitwert
$$\boxed{G = \frac{2e^2}{h} \sum_{n\in 1} T_n(E_F) = \frac{2e^2}{h} \sum_n \sum_m |t_{mn}|^2 = \frac{2e^2}{h}\, \mathrm{tr}(t \cdot t^\dagger)}$$

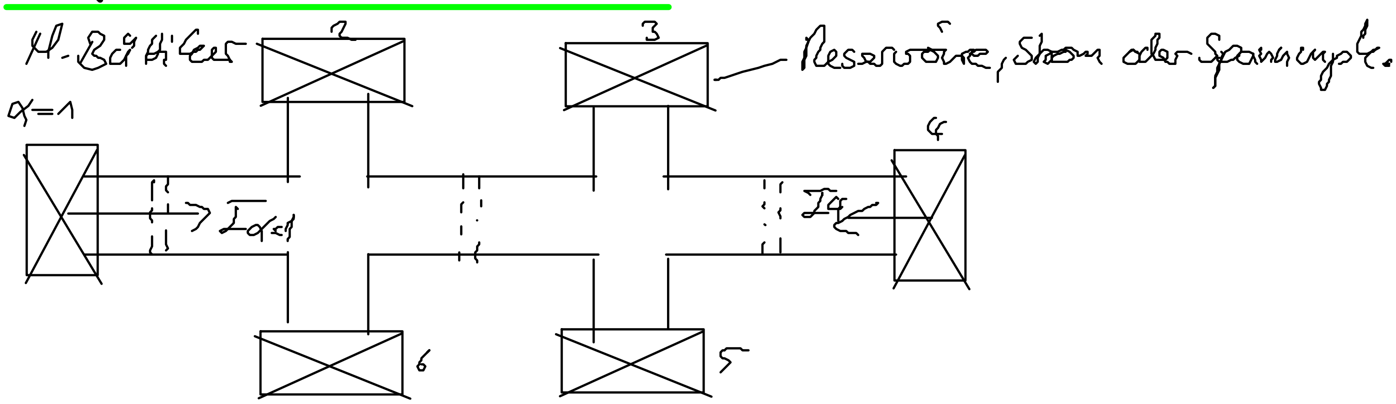
$\Rightarrow$ Reflexion $R_n(E_F) = \sum_{n'} |r_{n'n}|^2$

$N_1 = \sum_n^{N_1} 1 = \sum_n^{N_1} (T_n + R_n)$ Zahl der einlaufenden Kanäle bei E_F

2.6 Adiabatische Einschnürung (nächste Vorlesung)



2.7 Multi-Kontakt-Problem



• Brauche $t^{\beta\leftarrow\alpha}_{n\leftarrow m} = t^{\beta\alpha}_{mn}$

Transmissionsamplituden von Kontakt α nach Kontakt β

in Kanal n nach m

$r^{\alpha}_{m n}$: Reflexionsamplitude

- Gesamte Transmissionswahrscheinlichkeit

$$T_{\beta\alpha} = \sum_{n=1}^{N_\alpha} \sum_{m=1}^{N_\beta} |t^{\beta\alpha}_{nm}|^2$$

- Reflexionswahrscheinlichkeit

$$R_\alpha = \sum_{m=1}^{N_\alpha} \sum_{n=1}^{N_\alpha} |r^{\alpha}_{mn}|^2$$

- **Strom** $I_\alpha = \int dE\, i_\alpha(E)$

$$i_\alpha(E) = \frac{2e}{h} \sum_{\beta\neq\alpha} \left[T_{\beta\alpha}(E) f^{\mu_\alpha}_\alpha(E) - T_{\alpha\beta}(E)\, f^{\mu_\beta}_\beta(E) \right]$$

erlaube $\mu_\alpha \neq \mu_\beta$

Gleichgewicht : alle μ_α gleich $\Longleftrightarrow i_\alpha = 0$

$$\Rightarrow \sum_{\beta\neq\alpha} T_{\beta\alpha} = \sum_{\beta\neq\alpha} T_{\alpha\beta}$$

Stromerhaltung: $N_\alpha = \sum_{\beta\neq\alpha} T_{\beta\alpha} + R_\alpha$

$$\Rightarrow i_\alpha(E) = \frac{2e}{h} \sum_{\beta\neq\alpha} T_{\alpha\beta} \Big[\underbrace{f^{\mu_\alpha}_\alpha(E) - f^{\mu_\beta}_\beta(E)}_{\text{für kleine angelegte Spannungen } \approx (\mu_\alpha - \mu_\beta)\left(-\frac{\partial f^{\mu_\beta}}{\partial E}\right)} \Big]$$

$$\Rightarrow I_\alpha(E) = \frac{2e}{h} \sum_{\beta\neq\alpha} \int dE\, T_{\alpha\beta}(E) \cdot \left(-\frac{\partial f^{\mu_\beta}}{\partial E}\right)(\mu_\alpha - \mu_\beta)$$

$$= \frac{2e}{h} \sum_{\beta\neq\alpha} T_{\alpha\beta}(E)\, (\mu_\alpha - \mu_\beta)$$

$$= \sum_{\beta\neq\alpha} G_{\alpha\beta}(\mu_\alpha - \mu_\beta) \quad \text{mit} \quad G_{\alpha\beta} = \frac{2e^2}{h} T_{\alpha\beta}(E_F)$$

umschreiben $I_\alpha = \frac{2e}{h} \sum_{\beta\neq\alpha} T_{\alpha\beta}(E_F)\mu_\alpha - \frac{2e}{h} \sum_{\beta\neq\alpha} T_{\alpha\beta}(E_F)\mu_\beta$

Büttiker
$$\boxed{\frac{h}{2e} I_\alpha = \left(N_\alpha - R_\alpha(E_F)\right)\mu_\alpha - \sum_{\beta\neq\alpha} T_{\alpha\beta}(E_F)\mu_\beta}$$