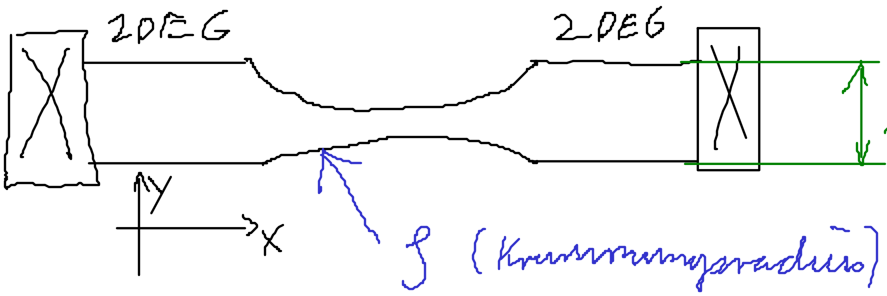
2.6 adiabatische Einschnürung



langsam veränderlich $\hat{=}$ adiabatisch

$$\frac{d}{\rho} \ll 1$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\partial_x^2 + \partial_y^2\right) + U(x,y)\right]\psi_E(x,y) = E\,\psi_E$$

Ansatz $\quad \psi_E(x,y) = \sum_n \psi_{nE}(x)\,\chi_n(y,x)$

Parametrisch für $d(x)$

also $\chi(y, d(x))$

so dass $\frac{\partial}{\partial x}\chi = 0$

wobei $\quad \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_y^2 + U(x,y)\right)\chi_n(y,d) = U_n(x)\,\chi_n(y,d)$

einsetzen

$$\sum_n \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2 + U_n(x)\right]\psi_{nE}(x)\,\chi_n(x,d) = E\sum_n \psi_n\,\chi_n$$

$$\sum_n \chi_n(y,d)\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2 + U_n(x)\right)\psi_{nE}(x) - \frac{\hbar^2}{\underset{2\cdot ?}{m}}\partial_x\psi_{nE}(x)\,\partial_x\chi_n(x,d)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi_{nE}(x)\,\partial_x^2\chi_n(x,d)$$

?

$$= E\sum_n \cdots$$

$\cdot \int dy\, \chi_n^*(y,d) \qquad$ (auf χ projezieren)

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2 + U_n(x) - E\right]\psi_{nE}(x) = \sum_{n'}\lambda_{nn'}\,\psi_{n'E}(x)$$

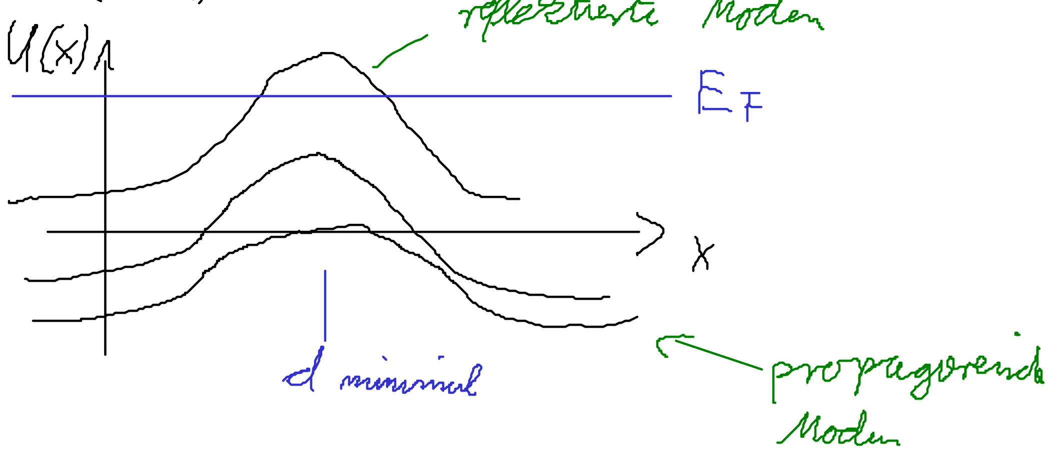
$$\lambda_{nn'} = \frac{\hbar^2}{m} \int dy \left[\chi_n^*(y,d)\, \frac{1}{2}\, \underbrace{\partial_x^2}_{\text{auf } d(x)} \chi(y,d) + \chi_{n'}^*(y,d)\, \partial_x \chi_{n'}(y,d)\, \partial_x \right]$$

adiabatisch $\lambda_{nn'}$ vernachlässigbar

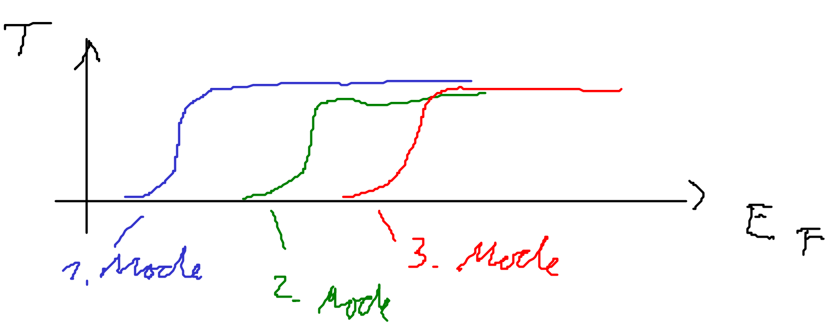
Bsp $$U(x,y) = \begin{cases} 0 & |y| \le \frac{d(x)}{2} \\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\chi_n(y,d) \propto \sin\left(n\pi \frac{y + d(x)}{d(x)}\right) \qquad n = 1, 2, \dots$$

$$U_n(x) = \frac{\hbar}{2m} \left(\frac{n\pi}{d(x)}\right)^2$$

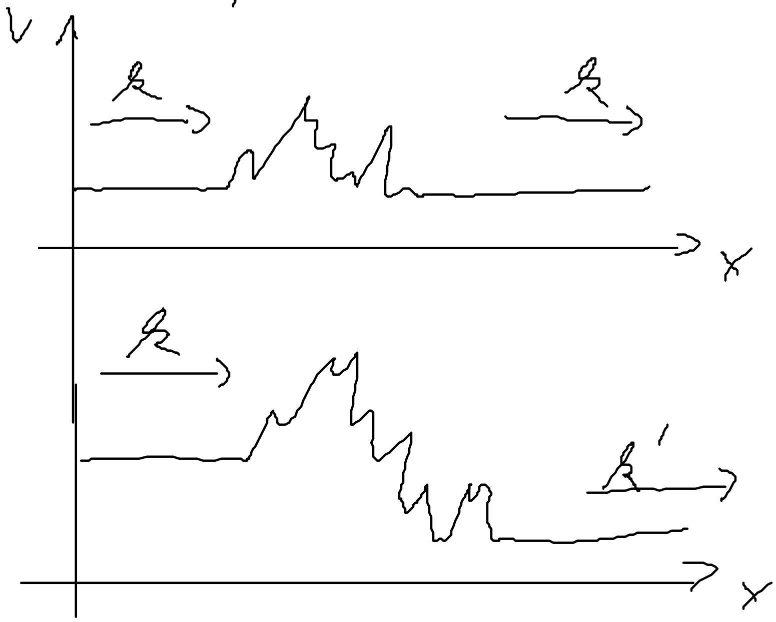


Leitwert aus Moden (T = Transmission)



$$G = \frac{2e^2}{\hbar} \sum_n T_n$$

S – Matrix



bei rechts andere Kanäle

$\Rightarrow$ Übergänge in andere Kanäle

$\Rightarrow$ anderes k für auslaufende Wellen

$\Rightarrow$ in diesem Fall ist der Strom nicht erhalten (wenn man nur einen Kanal betrachtet)