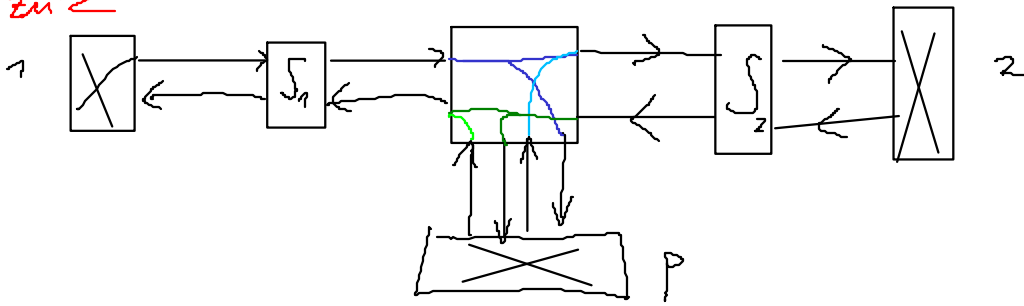


Zu 2



$$T_{12} = |t_{12}|^2 = \frac{T_1 T_2 (1 - \epsilon)}{|Z|^2} = T_{21}$$

$$|Z|^2 = 1 + R_1 R_2 (1 - \epsilon)^2 - 2 \sqrt{R_1 R_2} (1 - \epsilon) \cos \theta$$

$$T_{1p} = \frac{T_1 \epsilon}{|Z|^2} [1 + (1 - \epsilon) R_2] = T_{p1} \quad \left| \quad T_{2p} = \frac{T_2 \epsilon}{|Z|^2} [1 + (1 - \epsilon) R_1] \right.$$

Grenzfälle:

$\epsilon = 0$ nur kohärenter Transport $1 \leftrightarrow 2$

$\epsilon = 1$ nur aus p $1 \leftrightarrow p \leftrightarrow 2$
inkohärent

Mit diesen Ergebnissen in die Multi-Probe-Formel

$$I_\alpha = \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta} \mu_\alpha - \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta} \mu_\beta = \frac{2e}{h} \sum_{\beta \neq \alpha} T_{\alpha\beta} (\mu_\alpha - \mu_\beta)$$

$$\alpha = p \quad \frac{h}{2e^2} I = T_{p1} (V_p - V_1) + T_{p2} (V_p - V_2) \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow V_p = \frac{V_1 T_{p1} + V_2 T_{p2}}{T_{p1} + T_{p2}}$$

(nach p soll kein Nettoström fließen)

$$\alpha = 1 \quad \frac{h}{2e^2} I_1 = T_{1p} (V_1 - V_p) + T_{12} (V_1 - V_2) = -\frac{h}{2e^2} I_2$$

$$V_p \text{ einsetzen} = (V_1 - V_2) \left[\frac{T_{p1} T_{p2}}{T_{p1} + T_{p2}} + T_{12} \right]$$

$$\Rightarrow G_{12} = \frac{I_1}{V_1 - V_2} = \frac{2e^2}{h} \left[T_{12} + \frac{T_{p1} T_{p2}}{T_{p1} + T_{p2}} \right]$$

$$= \frac{2e^2}{h} \frac{T_1 T_2}{|Z|^2} \left[(1 - \epsilon) + \epsilon \frac{[1 + (1 - \epsilon) R_2][1 + (1 - \epsilon) R_1]}{T_1 [1 + (1 - \epsilon) R_2] + T_2 [1 + (1 - \epsilon) R_1]} \right]$$

Für $\epsilon = 0$

$\hat{=}$ Resonanzstimmeln

$$G_{12} = \frac{2e^2}{h} \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 - 2\sqrt{R_1 R_2} \cos \theta}$$

Für $\epsilon = 1$

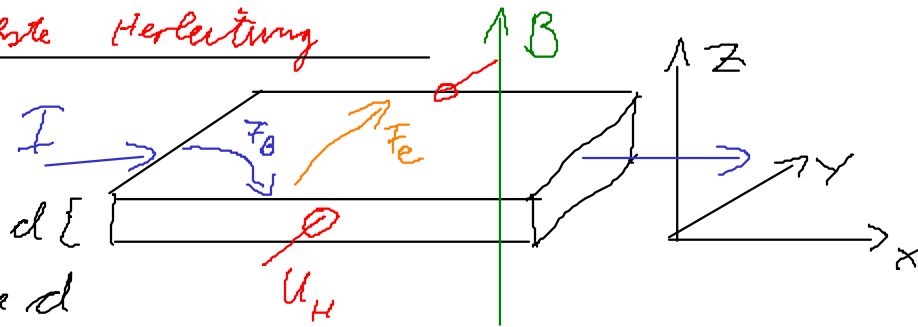
$$G_{12} = \frac{2e^2}{h} T_1 T_2 \frac{1}{T_1 + T_2} \rightarrow G_{12}^{-1} = \frac{h}{2e^2} \left(\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right)$$

$\hat{=}$ klassische Addition der Widerstände

4 Quanten-Hall-Effekt

4.1 klassischer Hall-Effekt

4.1.1 einfachste Herleitung



Probe mit Dicke d

Breite w

Senkrecht B -Feld $\vec{B} = B e_z$

Strom $\vec{I} = I e_x$

$$I_x = q n^{3d} d w v_x$$

Driftgeschwindigkeit.

Auf Ladung q mit Geschwindigkeit.

v wirkt Lorentzkraft

$$\vec{F}_B = q \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}$$

Ladung erzeugt el. Feld in y -Richtung

$$\vec{F}_E = q \vec{E}$$

Wir wollen d so

wählen, dass es effektiv

2-dim. wird

$$\Rightarrow n^{3d} d = n^{2d}$$

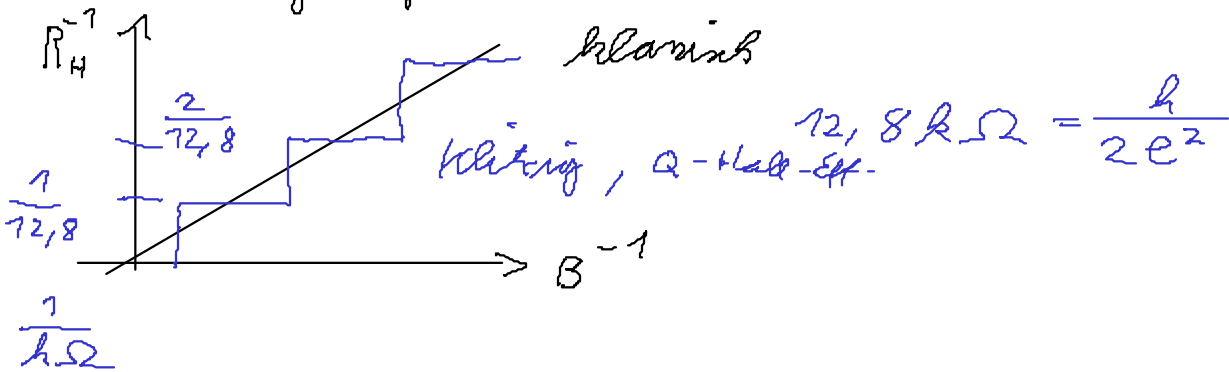
Gleichgewicht $\vec{F}_e = \vec{F}_B$

$$E = -\frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \quad (E_y = \frac{v}{c} B)$$

$$\Rightarrow \text{Hallspannung } U_H = W E_y = \frac{v_x}{c} W B = \frac{I_x}{q n^2 d c} B$$

$$\Rightarrow \text{Hall-Widerstand } R_H = \frac{B}{q n^2 d c}$$

Messung von R_H liefert Dichte und Vorzeichen der Ladungsträger



4.7.2 Widerstand per - square

in 3d: $R = \rho \frac{L}{Wd}$ $\rho = \frac{1}{\sigma}$

spez. Wid. \swarrow $\frac{\text{Länge}}{\text{Breite} \cdot \text{Dicke}}$ spez. Leitfähigkeit

in 2d $R = \rho^{(2d)} \frac{L}{W}$

Statt $\rho^{(2d)}$ gibt man oft den Widerstand eines quadrat. Probe an: $L = W$

$$R_{\square} = \rho^{(2d)}$$

$$\rho_H = R_H = \frac{B}{n^2 d c}$$

4.7.3 Frequenzen und Längen

Zyklotron - Bewegung



Zentripetalkraft = Lorentzkraft

$$m r \dot{\varphi}^2 = -q r \dot{\varphi} \frac{B}{c}$$

$$\omega_c = |\dot{\varphi}| = \frac{|q| B}{m c} = \frac{|e| B}{m c} \quad \text{für Elektronen}$$

Zyklotronfrequenz

$$\text{Drude-Leitfähigkeit} \quad \sigma_0 = \frac{n^{(2d)} q^2 \tau}{m}$$

$$\Rightarrow \sigma_H^{(2d)} = \frac{\omega_c \tau}{\sigma_0} \quad (\text{durch Einsetzen})$$

$$\text{Energie der Zyklotronbewegung} \quad E = \frac{m}{2} r^2 \dot{\varphi}^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{2E}{m \omega_c^2}}$$

$$\text{Für } E = E_F = \frac{m}{2} v_F^2 \quad \Rightarrow r = l_{\text{zykl.}} = \frac{v_F}{\omega_c}$$

$$\text{Für } E = \frac{\hbar \omega_c}{2}$$

$$\Rightarrow r = l_c = \sqrt{\frac{\hbar}{m \omega_c}} = \sqrt{\frac{\hbar c}{|q| B}} \quad \begin{array}{l} \text{magn.} \\ \text{länge} \end{array}$$

4.1.4 Leitfähigkeitstensor und spez. Widerstandstensor

$$\vec{j} = \hat{\sigma} \vec{E} \quad \text{bzw} \quad \vec{E} = \hat{\rho} \vec{j} \quad (\hat{\sigma}^{-1} = \hat{\rho})$$

$$\text{erweitertes Drude-Modell} \quad \vec{j} = q n^{(2d)} \vec{v}_d \quad \text{Drift}$$

Beschleunigungsgleichung

$$m \frac{d\vec{v}_d}{dt} + \frac{m}{\tau} \vec{v}_d = q \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}_d}{c} \times \vec{B} \right)$$

stationäre Lösungen

$$\frac{m}{q\tau} \vec{v}_d - q \frac{\vec{v}_d}{c} \times \vec{B} = q \vec{E}$$

$$\vec{B} = B \hat{e}_z, \quad \vec{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_d = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{m}{q\tau} & -\frac{B}{c} \\ \frac{B}{c} & \frac{m}{q\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{q n^{(2d)}} \begin{pmatrix} \frac{m}{q\tau} & -\frac{B}{c} \\ \frac{B}{c} & \frac{m}{q\tau} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_x \\ j_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}$$

vergl. mit $\vec{E} = \int \vec{j}$

$$\vec{j} = \frac{1}{\sigma_0} \begin{pmatrix} 1 & \omega_c \tau \\ -\omega_c \tau & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} \quad \text{mit } \sigma_0 = \frac{n^{(2d)} q^2 \tau}{m}$$

$$\rho_{xx} = \rho_{yy} = \frac{1}{\sigma_0}$$

$$\rho_{xy} = -\rho_{yx} = \rho_H$$


für $q = -|e|$

$$\vec{j} = \frac{\beta}{\tau q m^{(2d)}} = -\frac{1}{\sigma_0} \frac{\beta q \tau}{m \tau} = \frac{1}{\sigma_0} \omega_c \tau$$

Inversion liefert

$$\frac{1}{\sigma} = \rho^{-1} = \frac{1}{\rho_{xx}^2 + \rho_{xy}^2} \begin{pmatrix} \rho_{yy} & -\rho_{yx} \\ -\rho_{xy} & \rho_{xx} \end{pmatrix} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \begin{pmatrix} 1 & \omega_c \tau \\ -\omega_c \tau & 1 \end{pmatrix}$$

Für $\rho_{xy} \neq 0$ folgt aus $\sigma_{xx} = 0 \Leftrightarrow \rho_{xx} = 0$

σ_{yy} ρ_{yy}

 Für Transport