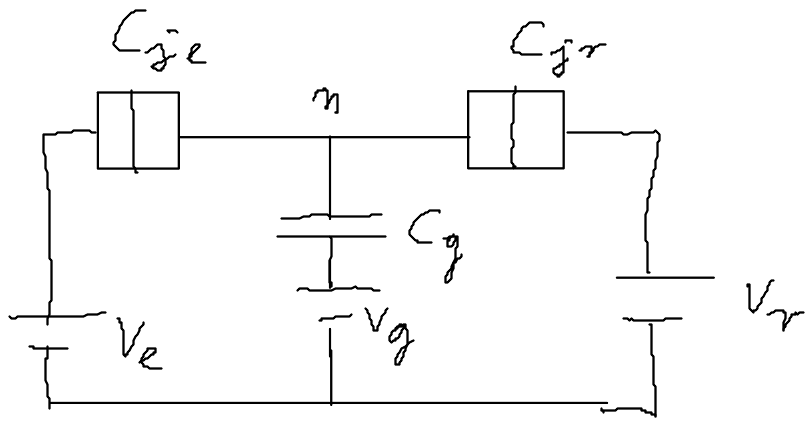
7.2 Sequentielle Tunnelrate

SET



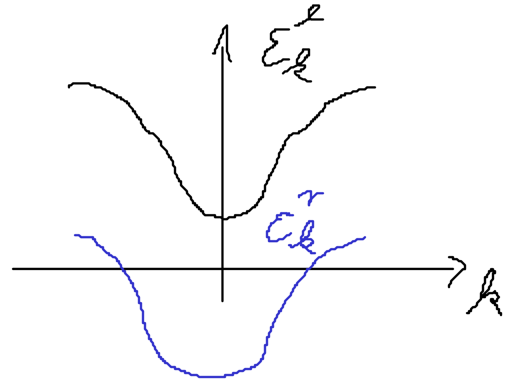
$$H_{SET} = H_l + H_r + H_i + H_{ch} + H_T$$

linke / rechte Elektrode

$$H_l = \sum_{k\sigma} \varepsilon_k^l \, c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma}$$

nahezu freie Elektronen

z. B.



$$H_i = \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \, c_{q\sigma}^+ c_{q\sigma}$$

$$H_{ch} = \frac{(ne - Q_g)^2}{2C} \qquad n = \sum_{q\sigma} c_{q\sigma}^+ c_{q\sigma} - n_0$$

Zahl der Elektronen − Zahl der Atome

($n = 0 \;\hat{=}\;$ ladungsneutral)

Tunnel-Hamilton

$$H_{Tl} = \sum T_{kq} \, c_{q\sigma}^+ c_{k\sigma} + hc$$

T_{kl} Tunnelmatrix-element

$\hat{=}$ Barriere

(analog H_r, H_{Tr})

hermitesch konjugiert
tunneln in beide Richtungen

Tunnelrate mit Goldener Regel

Zustände sind charakterisiert durch Besetzungszahlen

$$|n_{e1\uparrow}; n_{e2\uparrow}; \cdots ; n_{ek\sigma}; \cdots\rangle |n_{q\sigma}; \cdots\rangle |\rangle$$

links Elektrode ... Insel ... rechts

$n = 0, 1$ (Fermionen)

$\gamma_{kq\sigma}$ beschreibt Rate für Übergang

$$|i\rangle = |\cdots\; n_{k\sigma} = 1 \;\cdots\rangle |n_{q\sigma} = 0\rangle$$

$$|f\rangle = |\; n_{k\sigma} = 0 \;\rangle |\; n_{q\sigma} = 1\rangle$$

$$\gamma_{kq\sigma} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_T | i \rangle|^2 \delta(\Delta E_{ch}(n \to n+1) + \varepsilon_{q\sigma} - \varepsilon_{k\sigma})$$

$$\Delta E_{ch}(n \to n+1) = E_{ch}(n+1) - E_{ch}(n) - eV_e$$

$\varepsilon_{q\sigma}$ und $\varepsilon_{k\sigma}$ <u>ohne</u> angelegtes Potential

$$\langle f | \sum_{k'q'\sigma'} T_{k'q'} c^{+}_{q'\sigma'} c^{l}_{k'\sigma'} + h.c. | i \rangle = T_{kq}$$

$$\gamma_{kq\sigma} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{kq}|^2 \delta(\Delta E_{ch} + \varepsilon_{q\sigma} - \varepsilon^{l}_{k\sigma})$$

Rate, dass ein bestimmtes e^- tunnelt

Rate, dass irgend ein Tunnelprozess von links nach Insel statt findet (ausgehend von thermischem Zustand)

$$\Gamma_{ei} = \sum_{\sigma} \sum_{k} \sum_{q} \gamma_{kq\sigma} f(\varepsilon_k) [1 - f(\varepsilon_q)]$$

voll nach leer

$f(\varepsilon)$ Fermi-Fkt.

$$= 2\, N_\ell(\varepsilon_F)\, \Omega_\ell\, N_i(\varepsilon_F)\, \Omega_i$$

Zustandsdichte an Fermikante links

Volumen

$$\int d\varepsilon_k \int d\varepsilon_q\, \gamma_{kq\sigma}\, f(\varepsilon_k)\,[1-f(\varepsilon_q)]$$

$$= 2\, N_\ell\, \Omega_\ell\, N_i\, \Omega_i \int d\varepsilon_k \int d\varepsilon_q\, \frac{2\pi}{\hbar} |T_{kq}|^2\, \delta(\Delta E_{ch} + \varepsilon_{q\sigma} - \varepsilon^\ell_{k\sigma})\, f(\varepsilon_k)[1-f(\varepsilon_q)]$$

angenommen T_{kq} ist unabhängig von k, q

$$\frac{1}{R_{T\ell}} = \frac{4\pi}{\hbar} N_\ell(\varepsilon_F)\, \Omega_\ell\, N_i(\varepsilon_F)\, \Omega_i\, |T|^2\, e^2$$

damit R ein Widerstand ist

$$\Gamma_{\ell i}(n \to n+1) = \frac{1}{e^2 R_{T\ell}} \int d\varepsilon_k \int d\varepsilon_q\, f(\varepsilon_k)[1-f(\varepsilon_q)]\, \delta(\dots)$$

$$= \frac{1}{e^2 R_{T\ell}} \int d\varepsilon\, f(\varepsilon)\,[1-f(\varepsilon - \Delta E_{ch})]$$

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right)+1}$$

$$= \frac{1}{e R_{T\ell}} \frac{\Delta E_{ch}}{\exp\left(\frac{\Delta E_{ch}}{k_B T}\right) - 1}$$

Grenzfälle $T \to 0$

$$\Gamma_{\ell i}(n \to n+1) = \begin{cases} |\Delta E_{ch}| & \Delta E_{ch} < 0 \\ 0 & \Delta E_{ch} > 0 \end{cases}$$

Coulomb Blockade

Detailliertes Gleichgewicht

$$\frac{\Gamma_{li}(n \to n+1)}{\Gamma_{il}(n+1 \to n)} = e^{\frac{-\Delta E_{ch}(n \to n+1)}{kT}}$$

ohne Ladung auf Insel ist Tunnelrate exponentiell zu Spannung eV_l

Master Gleichung

$P(n,t)$ = W S, dass n Ladungen auf Insel zur Zeit t

$$\frac{d}{dt} P(n,t) = -\left[\Gamma_{li}(n \to n+1) + \Gamma_{il}(n \to n-1) + \Gamma_{ri}(\;''\;) + \Gamma_{ir}(\;''\;)\right] P(n,t)$$
$$+ \left[\Gamma_{li}(n-1 \to n) + \Gamma_{ri}(n-1 \to n)\right] P(n-1,t)$$
$$+ \left[\Gamma_{il}(n+1 \to n) + \Gamma_{ir}(n+1 \to n)\right] P(n+1,t)$$

Strom

$$I_l(t) = -e \sum_n \left[\Gamma_{li}(n \to n+1) - \Gamma_{il}(n \to n-1)\right] P(n,t)$$

Suche stationäre Lösung $\frac{d}{dt} P(n,t) = 0$

$$\Leftrightarrow I_l = I_r$$

Bei tiefen Temp spielen nur 2 Zustände eine Rolle, z.B. 0 und 1 (für $0 \leq Q_g/e \leq 1$)

nur $\Gamma_{\substack{li \\ ri}}(0 \to 1)$, $\Gamma_{\substack{il \\ ir}}(1 \to 0)$, die anderen Raten sind exponentiell unterdrückt

$$0 = -\left[\Gamma_{li}(0 \to 1) + \Gamma_{ri}(0 \to 1)\right] P(0)$$
$$+ \left[\Gamma_{il}(1 \to 0) + \Gamma_{ir}(1 \to 0)\right] P(1)$$

$$P(0) + P(1) = 1$$

$$P(0) = \frac{\Gamma_{il}(1) + \Gamma_{ir}(1)}{\Gamma_\Sigma} \qquad \Gamma_\Sigma = \Gamma_{li}(0) + \Gamma_{ri}(0) + \Gamma_{il}(1) + \Gamma_{ir}(1)$$

$$I = -e \, \frac{\Gamma_{li}(0)\,\Gamma_{ir}(1) - \Gamma_{ri}(0)\,\Gamma_{il}(1)}{\Gamma_\Sigma}$$

$$\Delta E_{ch}(n \to n+1) = \left(n + \frac{1}{2} - \frac{Q_g}{e}\right)\frac{e^2}{C} - \frac{eV_{tr}}{2}$$

$$\Delta E_{ch}(n+1 \to n) = -\left(\;\;"\;\; \right) \ldots$$

$$V_l = -V_r = V_{tr}$$

$$I = \begin{cases} \dfrac{1}{4R_T}\left[V_{tr} - \dfrac{4e^2}{C^2 V_{tr}}\left(\dfrac{Q_g}{e} - n - \dfrac{1}{2}\right)^2\right] & \text{für } -\dfrac{V_{tr}C}{2e} \le \dfrac{Q_g}{e} - n - \dfrac{1}{2} \le \dfrac{V_{tr}C}{2e} \\ \left(R_{Tl} = R_{Tr} \right) & \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

endl. Temperatur aber $V_{tr} \longrightarrow 0$

$$G = \left.\frac{dI}{dV_{tr}}\right|_{V_{tr}=0} = \frac{1}{4R_T}\,\frac{\Delta E_{ch}}{kT}\,\frac{1}{\sinh\left(\frac{\Delta E_{ch}}{kT}\right)}$$