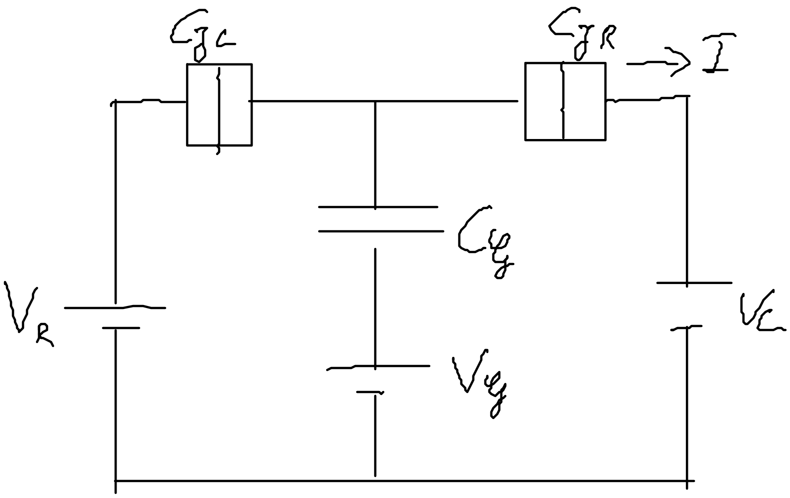
powerpoint (e-mail an Prof Schön)

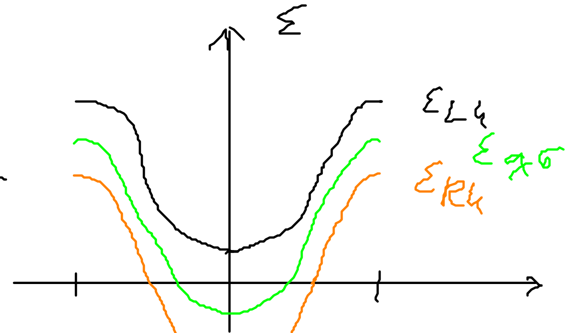
7.2 Sequentielle Tunnelrate

SET Transistor:



$$H = H_L + H_R + H_i + H_{ch} + H_T$$

$$H_L = \sum_{k\sigma} \varepsilon_{Lk} c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma}$$



$$H_i = \sum_{q\sigma} \varepsilon_q c_{q\sigma}^+ c_{q\sigma} \qquad H_{ch} = \frac{(ne - Q_g)^2}{2C} \qquad n = \sum_{k\sigma} c_{k\sigma}^+ c_{k\sigma} - n_0$$

$$H_T = H_{TL} + H_{TR} \qquad H_{TL} = \sum_{kq\sigma} T_{kq} c_{q\sigma}^+ c_{Lk\sigma} + \text{hermitesch konjugiert}$$

T_{kq}: Tunnelmatrixelement

Tunnelrate mit Goldener Regel

- Zustände sind charakterisiert durch Besetzungszahlen

$$|n_{L1\uparrow} n_{L1\downarrow} \ldots n_{Lk\sigma} \ldots\rangle |n_{1\uparrow} n_{2\downarrow} \ldots n_{q\sigma} \ldots\rangle |n_{R1\uparrow} \ldots n_{Rk\sigma} \ldots\rangle$$

linke Elektrode — Insel — rechte Elektrode

$n = 0,1$

- $\gamma_{kq\sigma}$ beschreibt Rate für Übergang $|i\rangle = |\ldots n_{k\sigma}=1 \ldots\rangle|\ldots n_{q\sigma}=0 \ldots\rangle$
  $|f\rangle = |\ldots n_{k\sigma}=0 \ldots\rangle|\ldots n_{q\sigma}=1 \ldots\rangle$

$$\gamma_{kq\sigma} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle f | H_T | i \rangle|^2 \delta(\Delta E_{ch}(n \to n+1) + \varepsilon_{q\sigma}^0 - \varepsilon_{k\sigma}^0)$$

ohne angelegtes Potential

$$\boxed{\Delta E_{ch}(n \to n+1) = E_{ch}(n+1) - E_{ch}(n) - eV_L = \Delta E_{ch}}$$

$$\langle f | \sum_{k'q'\sigma'} T_{k'q'} c_{q'\sigma'}^+ c_{k'\sigma'} + h.c. | i \rangle = T_{kq}$$

$$\boxed{\gamma_{kq\sigma} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{kq}|^2 \delta(\Delta E_{ch} + \varepsilon_{q\sigma}^0 - \varepsilon_{k\sigma}^0)}$$

- Rate, dass irgend ein Tunnelprozess von links nach Insel stattfindet, ausgehend von thermischem Zustand

$$\Gamma_{Li} = \sum_\sigma \sum_k \sum_q \gamma_{kq\sigma} \, f(\varepsilon_k)(1-f(\varepsilon_q))$$

↑ Fermifunktion

$$= 2\, N_L(\varepsilon_F)\, \Omega_R\, N_i(\varepsilon_F)\, \Omega_i \int d\varepsilon_k \int d\varepsilon_q \, \gamma_{kq}\, f(\varepsilon_k)(1-f(\varepsilon_q))$$

↑ Volumen

$$= 2\, N_L(\varepsilon_F)\, \Omega_R\, N_i(\varepsilon_F)\, \Omega_i \int d\varepsilon_k \int d\varepsilon_q \frac{2\pi}{\hbar} |T_{kq}|^2 \delta(\Delta E_{ch} + \varepsilon_q^\circ - \varepsilon_k^\circ)\, f(\varepsilon_k)(1-f(\varepsilon_q))$$

angenommen: T_{kq} unabh. von k, q

Parameter $\frac{1}{R_{TL}} = e^2 \frac{4\pi}{\hbar} N_L(\varepsilon_F)\Omega_L N_i(\varepsilon_F)\Omega_i |T|^2$

$$\Gamma_{Li}(n \to n+1) = \frac{1}{e^2 R_{TL}} \int d\varepsilon_k \int d\varepsilon_q\, f(\varepsilon_k)(1-f(\varepsilon_q))\, \delta(\Delta E_{ch} + \varepsilon_q^\circ - \varepsilon_k^\circ)$$

$$= \frac{1}{e^2 R_{TL}} \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon\, f(\varepsilon)(1-f(\varepsilon_k - \Delta E_{ch}))$$

$$\boxed{f(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}+1}}$$

$$\boxed{\Gamma_{Li}(n \to n+1) = \frac{1}{e^2 R_{TL}} \frac{\Delta E_{ch}}{e^{\frac{\Delta E_{ch}}{kT}} - 1}}$$

Grenzfälle

- $T \to 0$: $\Gamma_{Li}(n \to n+1) = \frac{1}{e^2 R_{TL}} \begin{cases} |\Delta E_{ch}| & \Delta E_{ch} < 0 \\ 0 & \Delta E_{ch} > 0 \end{cases}$ Coulomb Blockade

- Detailiertes Gleichgewicht

$$\frac{\Gamma_{Li}(n \to n+1)}{\Gamma_{iL}(n+1 \to n)} = \exp\left[-\frac{\Delta E_{ch}(n \to n+1)}{k_B T}\right]$$

Master Gleichung $\left(\Gamma_{Li}(n \to n+1) := \Gamma_{Li}(n) \quad \Gamma_{iL}(n \to n-1) := \Gamma_{iL}(n) \right)$

$P(n,t)$ = Wahrscheinlichkeit, dass n Ladungen auf Insel zur Zeit t

$$\frac{d}{dt} P(n,t) = -\left(\Gamma_{Li}(n) + \Gamma_{iL}(n) + \Gamma_{Ri}(n) + \Gamma_{iR}(n)\right) P(n,t)$$
$$+ \left(\Gamma_{Li}(n-1) + \Gamma_{Ri}(n-1)\right) P(n-1,t)$$
$$+ \left(\Gamma_{iL}(n+1) + \Gamma_{iR}(n+1)\right) P(n+1,t)$$

Strom $I_L(t) = -e \sum_n \left(\Gamma_{Li}(n) - \Gamma_{iL}(n)\right) P(n,t)$

- Suche stationäre Lösung $\frac{d}{dt} P(n,t) = 0 \quad \Rightarrow I_L = I_R$

- Bei tiefen Temperaturen spielen nur zwei Zustände eine Rolle
z.B 0 und 1 für $0 \le \frac{Q_g}{e} \le 1$.

Nur $\Gamma_{Li}(0)$, $\Gamma_{Ri}(0)$, $\Gamma_{iL}(1)$, $\Gamma_{iR}(1)$ sind $\neq 0$, die anderen sind exponentiell unterdrückt.

$$0 = -\left(\Gamma_{Li}(0) + \Gamma_{Ri}(0)\right) P(0) + \left(\Gamma_{iL}(1) + \Gamma_{iR}(1)\right) P(1)$$

Normierung $P(0) + P(1) = 1$

$$\Rightarrow \boxed{P(0) = \frac{\Gamma_{iL}(1) + \Gamma_{iR}(1)}{\Gamma_\Sigma}} \quad \text{mit } \Gamma_\Sigma = \Gamma_{Li}(0) + \Gamma_{Ri}(0) + \Gamma_{iL}(1) + \Gamma_{iR}(1)$$

$$\boxed{I = -e \, \frac{\Gamma_{Li}(0)\Gamma_{iR}(1) - \Gamma_{Ri}(0)\Gamma_{iL}(1)}{\Gamma_\Sigma}}$$

$$\Delta E_{ch}(n \to n \pm 1) = \pm\left(\left(n + \frac{1}{2} + \frac{Q_g}{e}\right)\frac{e^2}{C} - \frac{eV}{2}\right) \qquad V_L = -V_R = V_{Tr}$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{4R_T}\left(V - \frac{4e^2}{C^2 V_{Tr}}\left(\frac{Q_g}{e} - n - \frac{1}{2}\right)^2\right) \qquad R_{TL} = R_{TR}$$

$$\text{für } -\frac{V_{Tr}C}{2e} \le \frac{Q_g}{e} - n - \frac{1}{2} \le \frac{V_{Tr}C}{2e} \qquad \text{bei } T = 0$$

sonst $I = 0$

- endliche Temperaturen aber $V_{Tr} \to 0$

$$G = \left.\frac{dI}{dV_{Tr}}\right|_{V_{Tr}=0} = \frac{1}{4R_T} \, \frac{\Delta E_{ch}}{k_B T \, \sinh\left(\frac{\Delta E_{ch}}{k_B T}\right)}$$