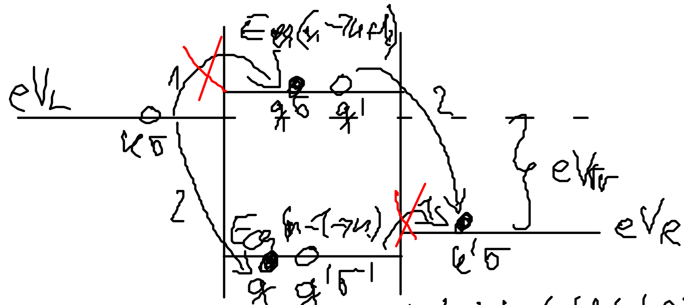
# 7.3 Cotunneln

Situation mit Coulomb-Blockade




Trotz angelegter $V_{LR}$ ist bei $T=0$ kein Übergang möglich

$\Rightarrow$ kein sequentielles Tunneln

Zustand $|j\rangle$ wird nur virtuell besetzt

$$\gamma_{i\to f} = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\sum_{j\neq i}\frac{\langle i|H_T|j\rangle\langle j|H_T|f\rangle}{E_j-E_i}\right|^2 \delta(E_i-E_f)$$

Energie geht nur im Nenner ein, nicht im Exponenten

$\Rightarrow$ nicht exp. unterdrückt

**2 Reihenfolgen**

**a)** erst links $n\to n+1$, dann rechts $\delta E_L = E_{ch}(n+1)-E_{ch}(n)-eV_L$

$E_j - E_i = \delta E_L + \varepsilon_q - \varepsilon_k$

**b)** erst rechts $n\to n-1$, dann links $\delta E_R = E_{ch}(n-1)-E_{ch}(n)-eV_R$

$E_j - E_i = \delta E_R + \varepsilon_{k'} - \varepsilon_{q'}$

- Es gibt viele Anfangszustände $k,\sigma$
  viele Zustände auf Insel $q,\sigma$
  mit überwältigender Wahrscheinlichkeit $q',\sigma'$
  viele Endzustände $k',\sigma'$

- goldene Regel

$$\frac{2\pi}{\hbar}\, 4\, N_L\Omega_L (N_i\Omega_i)^2 N_R\Omega_R \left|T_{kq}\, T_{q'k'}\right|^2 = \frac{\hbar}{2\pi}\frac{1}{e^4 R_{tL} R_{tR}}$$

$$\Rightarrow \Gamma_{cot} = \frac{\hbar}{2\pi e^4 R_{tL}R_{tR}} \int_{k\in L} d\varepsilon_k \int_{q\in i} d\varepsilon_q \int_{q'\in i} d\varepsilon_{q'} \int_{k'\in R} d\varepsilon_{k'} \left(\frac{1}{\delta E_L+\varepsilon_q-\varepsilon_k}+\frac{1}{\delta E_R+\varepsilon_{k'}-\varepsilon_{q'}}\right)^2$$

$$\cdot f(\varepsilon_k)\,(1-f(\varepsilon_q))\, f(\varepsilon_{q'})\,(1-f(\varepsilon_{k'}))\,\delta(-eV_{tr}-\varepsilon_k+\varepsilon_q-\varepsilon_{q'}+\varepsilon_{k'})$$

- Hinterher noch eine Elektron-Loch-Anregung $(q,q')$ auf Insel.
  Daher nennt man den Prozess "inelastisches Cotunneln".
  In Grenzfällen und in Quantenpunkten mit wenigen Zuständen spielt „elastisches Cotunneln" $(q\sigma=q'\sigma')$ eine wichtige Rolle

- für $T=0$: $\Gamma_{cot} = \dfrac{\hbar}{12\pi e^4 R_{tL}R_{tR}}\left(\dfrac{1}{\delta E_L}+\dfrac{1}{\delta E_R}\right)^2 (eV_{tr})^3$ für $eV_{tr} \ll \delta E_R, \delta E_L$

$\lim_{V_{tr}\to 0} \Gamma_{cot} = 0$ gilt nicht bei $T \neq 0$, außerdem ist für $V_{tr}=0$ elastisches Cotunneln wichtig

$$\boxed{\Gamma_{seq} = \frac{\delta E_{el}}{e^2 R_t}}$$

- Zusätzlicher Parameter im Vergleich zu $\Gamma_{seq}$ ist

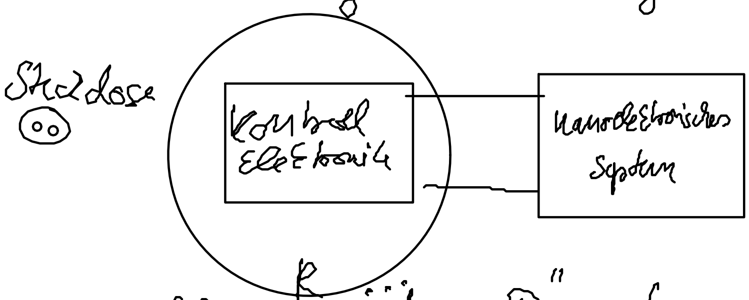
$$\alpha = \frac{\hbar}{e^2 R_t} = \frac{R_K}{R_t} \qquad R_K = R_{tK}$$

für $\alpha \ll 1$ : sequentiell ausreichend

für $\alpha \gtrsim 1$ : Cotunneln wichtig

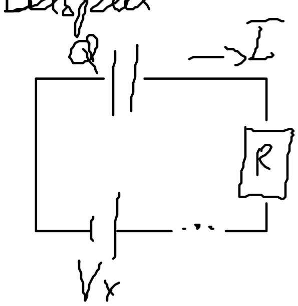
## 7.4 Einfluss der Dämpfung

- z.B. elektromagnetische Umgebung




$R$ ... Widerstand ⇒ Dämpfung

Beispiel




$$V_x + \frac{Q}{C} + IR + \dots = 0$$

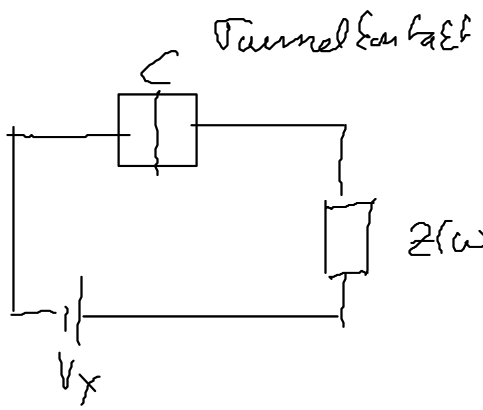
$$\frac{Q}{C} = V \qquad I = \dot{Q}$$

$$C\dot{V} + \frac{V}{R} + \frac{V_x}{R} + \dots = 0$$

$$C\dot{V} + \frac{V}{R} + f(V) = 0 \qquad \dots = f(V)$$

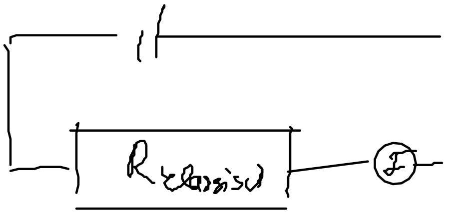
- Ohmscher Widerstand $\frac{1}{R}$ wirkt wie eine geschwindigkeitsproportionale Dämpfung (beide besonders wichtig)

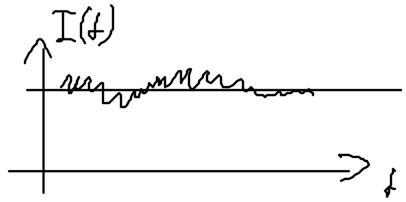
**Beispiel**




$Z(\omega)$ Impedanz z.B. $Z(\omega) = R$

$$C\dot{V} + \frac{V}{R} + \frac{V_x}{R} = \delta I(t)$$




Johnson-Nyquist-Rauschen $\delta I(t)$

$$\langle \delta I(t) \rangle = 0$$

$$\langle \delta I(t)\, \delta I(t') \rangle = \frac{2k_BT}{R}\, \delta(t-t') \quad \text{weißes Rauschen, klassisch}$$

$$\langle \delta I\, \delta I \rangle_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i\omega t} \frac{1}{2} \langle \{\delta I(t), \delta I(0)\} \rangle \; \mathrm{Re}\left[Z(\omega)^{-1}\right] \propto S_I(\omega)$$

↳ Antikommutator

$$\boxed{\begin{matrix} Z = R \\ \hbar\omega \ll k_BT \end{matrix}} \quad = \quad \frac{1}{R}\, 2k_BT \quad \text{klassisch}$$

$$\Rightarrow \left(i\omega C + \frac{1}{Z(\omega)}\right) \delta V(\omega) = \delta I(\omega) \qquad \omega \neq 0$$

$$\Rightarrow \langle \delta V \delta V \rangle_\omega = \mathrm{Re}\, Z_t(\omega)\, \hbar\omega \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_BT}\right) \quad \text{mit } Z_t(\omega) = \frac{1}{i\omega C + \frac{1}{Z(\omega)}}$$

- Hamilton operator

$$H = \sum_{k\sigma} \left(\varepsilon_k + e\left(V + \delta V(t)\right)\right) c^\dagger_{k\sigma} c_{k\sigma} + \sum_{q\sigma} \varepsilon_q c^\dagger_{q\sigma} c_{q\sigma}$$
$$+ \sum_{kq\sigma} T_{kq}\, c^\dagger_{kq} c_{kq} + h.c. + H_{Bad}$$

$V \propto V_x$ es fällt noch Spannung am Widerstand ab

$H_{Bad}$ ist verantwortlich für $\delta V(t)$