Wolfgang Wenzel (wenzel@int.fzk.de)

Transport durch Nanostrukturen

1.) endliches System → diskretes Energiespektrum
→ Quantisierung des Leitwerts

2) Quantenkohärenz → Transport durch Tunneln

3) Quantisierungseffekte (Ladung, usw.)
→ Coulomb-blockade

Klassischer Transport: Leitung im FK

Leitwert $G = \dfrac{\text{Strom } I}{\text{Spannung } U}$

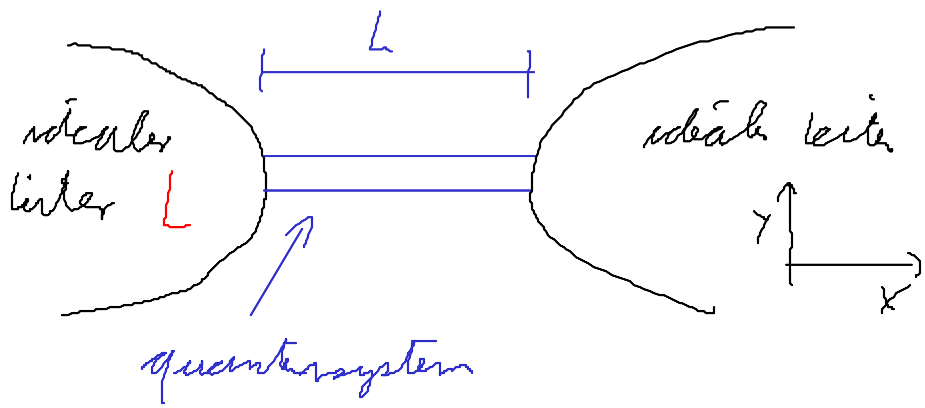
Ohmsche Gesetz

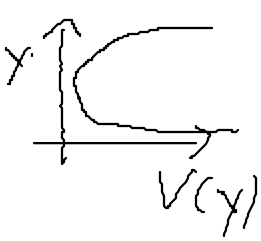
$G = \sigma \dfrac{N}{L}$ spez. Wid. $\cdot \dfrac{\text{Breite}}{\text{Länge}}$

Wir betrachten einen Leiter (Quantensystem)

$L \ll l_0$ (mittlere freie Weglänge)

(Ortsraum)





Potential hält Ladung im Leiter

Lösungen der Schrödingergleichung

Separation der Variablen in x und y Richtung.
In x - Richtung freie Teilchen ≙ ebene Wellen
In y - Richtung Potential ⇒ diskretes Energiespektrum

$$|n, k, \sigma\rangle = \Psi_{n k \sigma}$$

σ: Spin

k: Wellenvektor in x Richtung

n: Quantenzahl in y Richtung

$$(x, y) = e^{ikx} \underbrace{\chi_n(y)}$$

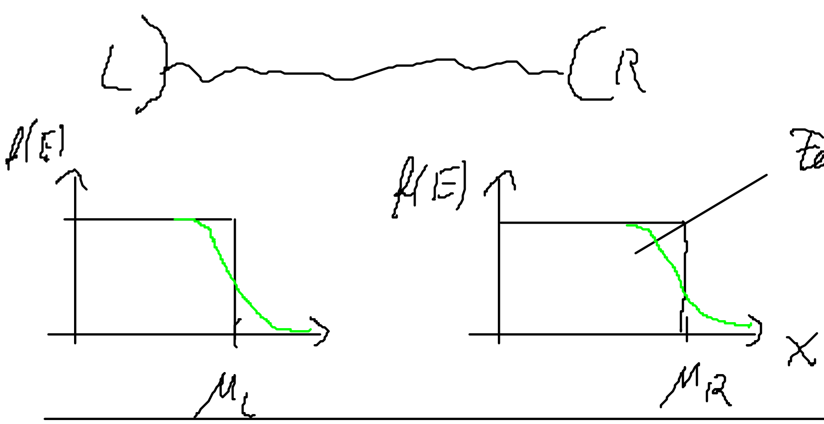
n-te Eigenfkt. der Lösung der 2D SGL in $V(y)$

$$E_{nk\sigma} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} + \varepsilon_n$$

ε_n ← Energie von χ_n

Elektronen mit $k > 0$ laufen von rechts nach links
" " $k < 0$ " " links nach rechts

Liegt keine äußere Spannung an, haben die Leiter dennoch ein el. chem. Potential



$\mu_R < \mu_L$

für $T = 0$

$T > 0$

---

zu $(x, y) = e^{ikx} \chi_n(y)$

Potential ist separierbar, also ist Ψ auch separierbar.

⇒ χ_n ist halt die y-Lösung über die man nur weiß, dass die Energie quantisiert ist

Strom eines Zustands

$$j = \frac{\hbar}{i}\left[\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*\right]$$

$$= e v_k \left[f_L(E_{kn}) - f_R(E_{kn})\right]$$

$$I = \underset{\uparrow}{2} \sum_k \sum_n \qquad \bar{j}_{kn} = \frac{1}{2\pi}\int_0^\infty dk$$

da Spin unabhängig
= 2 „Kanäle"

$$\Rightarrow \quad I = 2e \int_0^\infty \frac{dk}{2\pi} v_k \sum_n \left[f_L(E_{kn}) - f_R(E_{kn})\right]$$

$$= 2e \int \frac{dk}{2\pi} \frac{\partial E}{\partial(\hbar k)} \sum_{n=0} f_L\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \varepsilon_n\right) - f_R\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \varepsilon_n\right)$$

$$= 2e \int \frac{dE}{2\pi\hbar} \sum \left[f_L(E + \varepsilon_n) - f_R(E + \varepsilon_n)\right]$$

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp(\beta(E - \mu))}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \mu} = -\frac{\partial f}{\partial E}$$

$$= \frac{2e}{h}(\mu_L - \mu_R) \underbrace{\int_0^\infty dE \sum_n \frac{\partial f}{\partial \mu}(E + \varepsilon_n)}_{\text{hängt von Quantensystem ab}}$$

„Kanal" im Quantensystem

Energieniveaus

Ist links ein Niveau besetzt, das auch im Quantensystem vorhanden ist, fließt ein El- von links nach rechts.

Ist rechts das passende Niveau unbesetzt, fließt kein Elektron zurück

$\Rightarrow$ Nettostrom

→ Strom fließt

→ für jedes n, so dass $\mu_L > E_n > \mu_R$ $\quad \frac{2e}{2\pi\hbar}$

$$\mu_L < E_n < \mu_R \quad -\frac{2e}{2\pi\hbar}$$

– Strom ist quantisiert $\frac{2e}{h} M(E_F)$

Anzahl der Niveaus zwischen μ_L und μ_R

– Strom ist unabhängig von L → ballistischer Transport

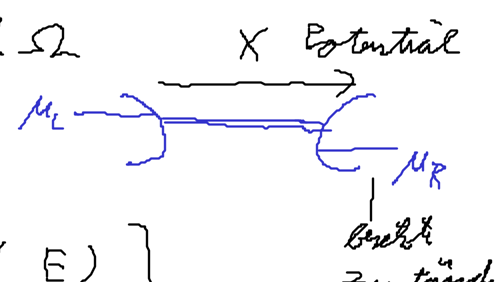
– Wenn $|\mu_L - \mu_R| < E_0$ → es fließt kein Strom

→ Kontaktwiderstand (blöder Name)

heißt, dass kein leitendes Niveau erreicht wird.

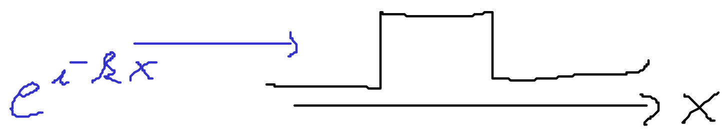
$\frac{2e^2}{h}$ Leitwertquant $\sim 25\,k\Omega$

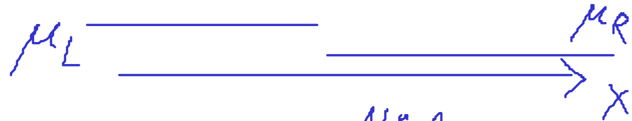
G_0



$$I = \frac{2e^2}{h} \int dE \left[f_L(E) - f_R(E) \right]$$

in x Richtung z.B. Potentialbarriere





äußere Spannung, die an die Elektroden angelegt wird ist infinitesimal klein, damit man im thermodynamischen Gleichgewicht bleibt

$\mu_L \approx \mu_R$ Näherungsweise gleich

$\Updownarrow$

$$\psi_I = l\, e^{ikx} + r\, e^{-ikx}$$

$$\psi_{II} = t\, e^{ikx}$$

$$j(x) = \frac{e}{2m}\left(\psi \hat{p} \psi^* + \psi^* p \psi\right)$$

$$j_{II} = e\, v_k\, |t_k|^2$$

jetzt kommt beim Strom die Transmissionsfkt $t(E)$ dazu:

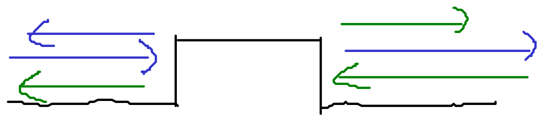
$$I = \frac{2e^2}{h} \int dE \left[f_L(E) - f_R(E) \right] t(E)$$

Für ein nicht ideales System mit Streuzentrum wird das volle Leitwertquant nicht erreicht.

Verallgemeinerung auf viele Kanäle

$$T(E) = \sum_n |t_{nk}|^2$$

Erweiterung der einzelnen Barriere



einlaufend von rechts

reflektiert transmittiert

einlaufend von links

$$\psi_{I} = I_l e^{ikx} + O_L e^{-ikx} \qquad (R=0)$$

$$\psi_{II} = I_r e^{-ikx} + O_L e^{ikx}$$

$\rightarrow$ $\exists$ Streumatrix S

$$\begin{pmatrix} O_l \\ O_r \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} I_l \\ I_r \end{pmatrix}$$

$S S^{\dagger} = \mathbb{1}$ Teilchenerhaltung

$S^{*} = S^{-1}$ Zeitumkehr

$$S^{\dagger} = S^{*T} = S^{-1} = S^{*}$$

$$S = \begin{pmatrix} r_l & t_{lr} \\ t_{rl} & r_r \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} I_l \\ O_l \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} I_r \\ O_r \end{pmatrix} \qquad M = \begin{pmatrix} t_{rl}^{-1} & -t_{rl}^{-1} r_r \\ r_l t_{rl}^{-1} & t_{lr}^{-1} \end{pmatrix}$$

$$M_{12} = M_1 M_2$$

$$t_{12}^{-1} = t_1^{-1} t_2^{-1} - t_1^{-1} r_1 r_2 t_2^{-1} = t_1^{-1}(1 - r_1 r_2) t_2^{-1}$$

(symmetrische Barriere $t_{lr} = t_{rl}$)

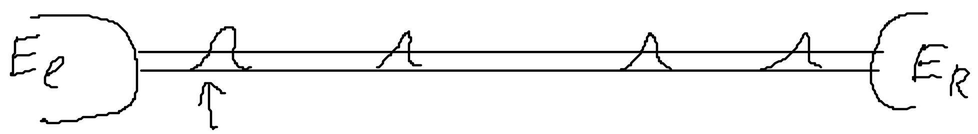
$$T_{12} = |t_{12}|^2 = \frac{T_1 \, T_2}{1 - 2\sqrt{R_1 R_2}\cos(\vartheta) + R_1 R_2}$$

$$r_1 r_2 = \sqrt{R_1 R_2}\, e^{i\vartheta} \qquad R_1 = |r_1| \qquad R_2 = |r_2|$$

Betrachte lieber $\mathbb{R}_{12} = \frac{R_{12}}{T_{12}}$ $\qquad T_{12} = 1 - R_{12}$

$$\mathbb{R}_{12} = R_1 + R_2 + 2 R_1 R_2 - 2\sqrt{\frac{R_1 R_2}{T_1 T_2}}\cos\vartheta$$

hängt vom Ort ab



Streuzentren

≙ länger werdender Leiter

auch wenn alle Störstellen gleich sind, ist $\cos\vartheta$ unterschiedlich, da der Abstand der Störstellen unterschiedlich ist.

$$\langle \mathbb{R}_{12} \rangle \sim R_1 + R_2 + 2 R_1 R_2$$

R_1 ist R für die letzten n Störstellen,
R_2 ist dann die $n+1$ te Barriere

$$R(n+1) \sim R(N) + \delta R + 2 R(N)\,\delta R$$

$$\frac{\Delta R}{\Delta L} = \frac{1}{\ell_0}\left(1 + 2R(L)\right)$$

mittl. Abstand der Barrieren

$$R(L) = \frac{1}{2}\left[\exp\left(\frac{2L}{\ell_0}\right) - 1\right] \longrightarrow \infty \quad \text{wenn } L > \ell_0$$