

innere Energie  $U(S, V, N)$

$$dU = \left. \frac{\partial U}{\partial S} \right|_{VN} dS + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_{SN} dV + \left. \frac{\partial U}{\partial N} \right|_{SV} dN$$

$$= T dS - p dV + \mu dN$$

$U$  ist extensiv:  $U(\lambda S, \lambda V, \lambda N) = \lambda U(S, V, N)$

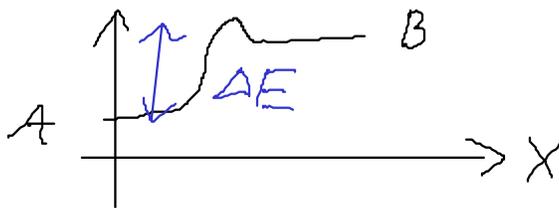
$U = TS - pV + \mu N$  (Euler-Gleichung)

im Gleichgewicht:  $dU = 0 = SdT - p dV + \mu dN$   
(Gibbs-Duhem-Gl.)

Prozess des Erstellens einer Oberfläche:



Energie zum Spalten



$\Delta E \sim A$  (Energie  $\propto$  Fläche die entsteht)

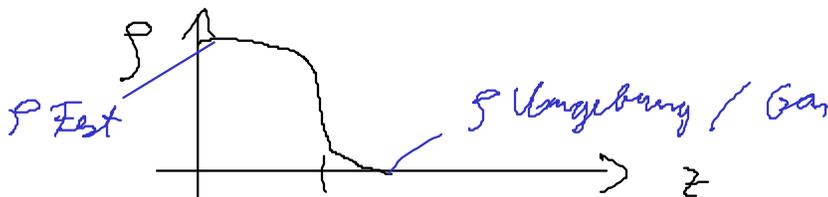
nehme an  $\Delta E = \gamma A$

$\Rightarrow$  neue innere Energie

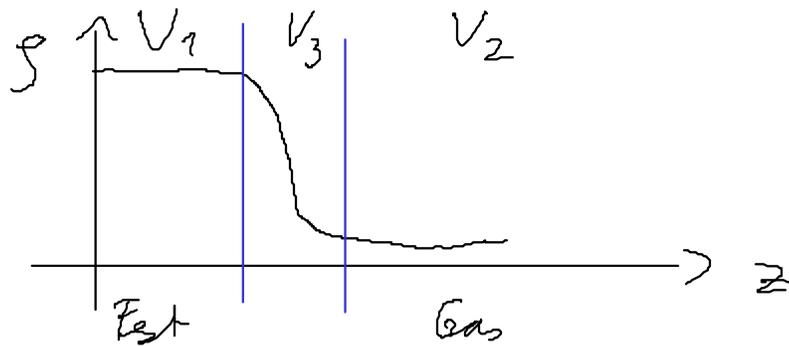
$$U = TS - pV + \mu N + \gamma A \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{\partial U}{\partial A}$$

Energie pro Oberfläche

Was war eine Oberfläche?



Aufteilen: 2 Phasen mit Übergang



$V_1$ : Festkörper  
 $V_2$ : Gas  
 $V_3$ : Übergang  
 = Oberfläche  
 Entropiedichte

Gesamtsystem:  $S = S_1 + S_2 + S_3$   
 $U = U_1 + U_2 + U_3$   
 $N = N_1 + N_2 + N_3$

$S_i = s_i V_i$   
 $V_i = V_i$   
 $N_i = n_i V_i$   
 !  
 Dichte

$\Delta S_3 = -\Delta S_1 - \Delta S_2$   
 $\Delta V_3 = -\Delta V_1 - \Delta V_2$   
 $\Delta N_3 = -\Delta N_1 - \Delta N_2$

↑ Bulk und Gas definieren die Oberfläche

$dU = \left. \frac{\partial U}{\partial S} \right|_{VNA} dS + \left. \frac{\partial U}{\partial V} \right|_{SNA} dV + \left. \frac{\partial U}{\partial N} \right|_{SVA} dN + \left. \frac{\partial U}{\partial A} \right|_{SVN} dA$

$\gamma dA = A \sum_{ij} \left. \frac{\partial U}{\partial \epsilon_{ij}} \right|_{SVN} d\epsilon_{ij}$

$\epsilon$ : zwischenatomare Abstand

$\epsilon$  richtungsabhängig

$def \sigma = A \sum_{ij} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$

Tensor der Oberflächenspannung  $\sigma_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \epsilon_{ij}}$

$dA = A \sum_{ij} \delta_{ij} \epsilon_{ij} \leftarrow$  fällt vom Himmel !!

$$A d\gamma + S dT - V dP + N d\mu + A \underbrace{\sum_{ij} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}} = 0$$

$$A \sum_{ij} (\gamma \delta_{ij} - \sigma_{ij}) d\epsilon_{ij}$$

$$S_1 dT - V_1 dp + N_1 d\mu = 0$$

$$S_2 dT - V_2 dp + N_2 d\mu = 0$$

$$A d\gamma + S_3 dT - V_3 dp + N_3 d\mu + A \sum (\gamma \delta_{ij} - \sigma_{ij}) d\epsilon_{ij} = 0$$

System durch diese Gleichungen beschrieben

$\Rightarrow$  5 Variablen  $d\gamma, dT, dp, d\mu, d\epsilon$

Abw: die erste beiden Gleichungen ergeben, dass sich das Syst. auf 3 Variablen reduzieren lässt:

$$dp(dT) \quad d\mu(dT)$$

$$\Rightarrow A d\gamma + \left[ S_3 - V_3 \frac{S_1 S_2 - S_2 S_1}{S_2 - S_1} + N_3 \left( \frac{S_1 - S_2}{S_2 - S_1} \right) \right] dT$$

$$+ A \sum_{ij} (\gamma \delta_{ij} - \sigma_{ij}) d\epsilon_{ij} = 0$$

unabh. von  
der Wahl  
der Umgebung  
(Bulk + Gas)

$\Rightarrow$  wähle  $\sigma = 0$

$$\Rightarrow A d\gamma + S_3 dT + A \sum (\gamma \delta_{ij} - \sigma_{ij}) d\epsilon_{ij} = 0$$

$$S_3 = -A \left. \frac{\partial \gamma}{\partial T} \right|_{\epsilon} \quad \sigma_{ij} = \gamma \delta_{ij} + \left. \frac{\partial \gamma}{\partial \epsilon_{ij}} \right|_T$$

$$\Omega = F - G = -pV$$

Kramers - Pot.

$$\Omega = -p(V_1 + V_2) + \gamma A$$

$$G_3 = \mu N$$

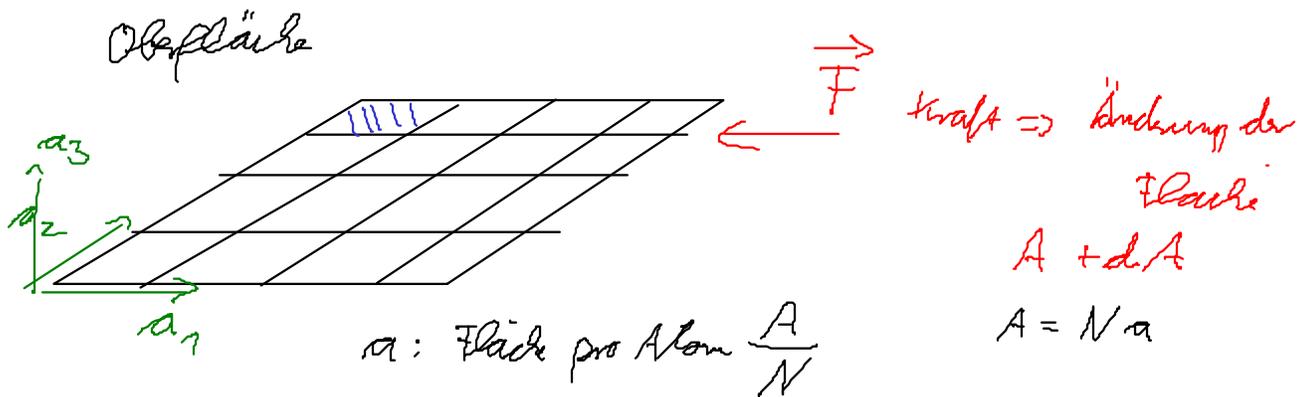
$$F_3 = \gamma A$$

$$S_3 = - \left. \frac{\partial \Omega_3}{\partial T} \right|_A = - A \left. \frac{\partial \gamma}{\partial T} \right|_A$$

$$U_3 = F_3 - T S_3 = A \left[ \gamma - T \left. \frac{\partial \gamma}{\partial T} \right|_A \right]$$

$$H_3 = G_3 + T S_3 = T S_3$$

$$(u_3)_V = T \left. \frac{\partial S_3}{\partial T} \right|_V = - T \left. \frac{\partial^2 F_3}{\partial T^2} \right|_{VA} = - T A \left. \frac{\partial^2 \gamma}{\partial T^2} \right|_{VA}$$



$$dA = a dN + N da$$

plast. Deformation

$$a = \text{const}, N \text{ wächst}$$

$$dF_3 = \gamma a dN = \gamma dA$$

$$\gamma = \delta$$

elastische Deformation

$$N = \text{const}, a \text{ schrumpft}$$

$$dF_3 = \gamma N da + a N d\gamma = N (a d\gamma + \gamma da)$$

$$\gamma = \gamma + a \frac{\partial \gamma}{\partial a} = N d(a\gamma)$$

$$dF_3 = \left( \gamma + a \frac{\partial \gamma}{\partial a} \right) N da = \text{elast.} + \text{plast.}$$

$$dF_3 = dW_3 = \sigma dA$$

$\sigma$  effektiver Stress

$\sigma$  elast./plast.

$\gamma$ : freie Energie pro Fläche

$E_{\text{coh}} \approx 3 \text{ eV}$

Kohäsionsenergie:

Energie 1 Atom aus Bulk zu entfernen

$\gamma \approx E_{\text{coh}} \frac{Z_3}{Z} N_3$

*geöffnete Bindungen* (pointing to  $Z_3$ )  
*gesamt. Bindungen* (pointing to  $Z$ )  
*pro Atom* (pointing to  $N_3$ )

$Z_3 = 7$        $N_3 \approx 10^{25}$   
 $Z = 8$

$E_{\text{coh}} \approx 3 \text{ eV}$

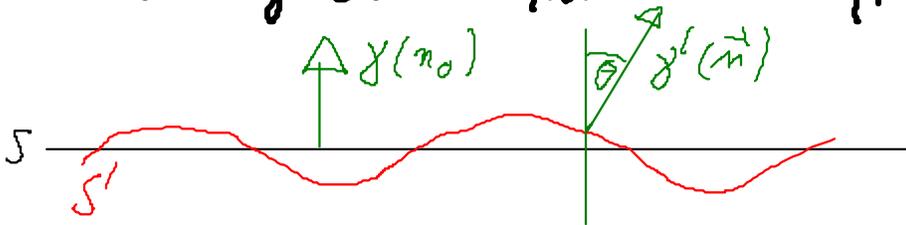
Bereich:

0 --- 3000  $\frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}$

Ne  
Ar

C

Umordnung einer Oberfläche / Wulff-Konstruktion



$|\gamma|$  = lokale Oberflächenenergie

(001) perfekt, glatt  
real

facetierte Oberfläche