# P3 Festkörperphysik

20. Januar 2010

# Laserresonator

Gruppe 58 - Saskia Meißner, Arnold Seiler

# Inhaltsverzeichnis

1	Ziel	des Versuchs	2			
2	theo	pretische Grundlagen	2			
	2.1	Strahlung von Atomen	2			
	2.2	Stimulierte (Induzierte) Emission	2			
	2.3	Laser - light amplification by stimulated emission of radiation	4			
		2.3.1 Gaslaser: He:Ne-Laser	4			
		2.3.2 Festkörperlaser: Titan:Saphir-Laser	5			
		2.3.3 Optische Resonatoren	6			
		2.3.4 TEM-Moden	7			
3	experimenteller Aufbau 8					
	3.1	Verluste durch Reflexion	8			
4	Durchführung des Versuchs					
	4.1	He:Ne-Laserstrahl justieren	9			
	4.2	Spektrum des He:Ne-Lasers	10			
	4.3	Ti:Sa-Laser Resonator	10			
	4.4	Spektrum des Ti:Sa-Lasers	11			
	4.5	Spektrum der Fluoreszens von Ti:Sa	12			
	4.6	Laserschwelle des Ti:Sa-Lasers	12			
5	Auswertung 13					
	5.1	Anwendungsmöglichkeiten des Ti:Sa-Lasers	13			
	5.2	weiterführende Versuche (Vorschläge)	13			
6	Anhang					
	6.1	Abbildungen	13			

### 1 Ziel des Versuchs

In diesem Versuch soll der Umgang mit Lasern geübt werden. Dazu wird ein Teil der Optik eines optisch gepumpten Titan-Sapphir-Lasers aufgebaut, bzw. justiert.

## 2 theoretische Grundlagen

### 2.1 Strahlung von Atomen

Aus der Quantentheorie der atomaren Strahlung sind die Dipol-Auswahlregeln für atomare Wellenfunktionen  $\psi_{nlm} = R_{nl}(r)Y_{lm}(\varphi, \Phi)$  bekannt. Das Dipolmatrixelement lautet:

 $d = e \int_{0}^{\infty} R_{n'l'} dr \int_{V} Y_{lm}^* \hat{e_r} Y_{l'm'} d\Omega$ 

Für alle Energieeigenfunktionen eines Atoms (zumindest die Eigenfunktionen des Wasserstoffatoms) verschwindet dieses Dipolmoment. Überlagern sich jedoch zwei Wellenfunktionen  $\Psi = a\psi_{nlm} + b\psi_{n'l'm'}$  ( $a^2 + b^2 = 1$ ), so kann das Dipolmoment  $d \neq 0$  sein, falls l gerade und l' ungerade ist. Für gerade l und l' bzw. ungerade l und l' verschwindet das Dipolmoment wieder. Solch eine Überlagerung kann durch ein Photon in der Nähe des Atoms oder durch die Vakuumfluktuation hervorgerufen werden. Diese Überlagerungszustände mit Dipolmoment können nun sehr leicht in einen der beiden Zustände übergehen und dabei ein Photon emittieren oder absorbieren.

Berücksichtigt man nun noch den Spin der Elektronen  $(s = \pm \frac{1}{2})$  und die Tatsache, dass ein Photon den Spin 1 haben, so folgen die Auswahlregeln:

l	Bahndrehimpuls	$\Delta l = l - l' = \pm 1$
m	Magnetische Quantenzahl	$\Delta m = m - m' = 0, \pm 1$
s	Spin-Quantenzahl	$\Delta s = s - s' = 0$
j	Gesamtdrehimpuls	$\Delta j = j - j' = 0, \pm 1$
	verboten:	j=0 , $j'=0$
$m_{j}$	m-Quantenzahl	$\Delta m_j = 0, \pm 1$
	verboten:	$\Delta m_j = 0$ bei $\Delta j = 0$

Verbotene Übergänge sind jedoch nicht in dem Sinne verboten, dass sie nie eintreten, sondern dass für solch einen Übergang noch zusätzlich ein anderer Prozess notwendig ist, um die Drehimpulserhaltung sicherzustellen. Dies kann ein Stoß mit einem anderen Atom (im Gas) oder die Streuung eines Phonons (im Festkörper) sein. Solch ein 3-Teilchen-Prozess ist jedoch wesentlich seltener - daher haben Zustände, die nur über verbotene Prozesse zerfallen können sehr lange Lebensdauern.

### 2.2 Stimulierte (Induzierte) Emission

Betrachtet man die Wechselwirkung zwischen Photonen und Atomen treten verschiedene Arten von Emission auf. Wird ein Photon absorbiert findet laut Einstein entweder spontane oder stimulierte Emission statt. Wird ein Atom durch ein Photon angeregt und geht direkt in einen angeregten Zustand über, findet eine inkohärente Emission nach der lebnsdauer  $\tau$  in den Grundzustand statt (spontane Emission). Wenn ein Atom im angeregten Zustand ist und ein Photon der Energie, die der Enegiedifferenz zum nächst kleineren Energieniveau entspricht, ein Dipolmoment induziert, kann es dieses Photon und ein weiters kohärent emittieren (induzierte Emission). Ein Atom kann ebenfalls von einem niedrigen Energiezustand durch induzierte Absorption eines Photons in einen höheren Energiezustand übergehen.



Abbildung 1: Energieniveau-Schemen

**Besetzung der Energieniveaus** Bei Zimmertemperatur befinden sich die meisten Atome in ihrem Grundzustand mit  $E_i$ . Man kann von der klassischen Maxwell-Boltzmann-Verteilung ausgehen. Es sind im Mittel  $N_j = N_0(T) \cdot e^{-\frac{E_j}{k_B T}}$  Atome im angeregten Zustand  $E_j$ . Aus der relativen Besetzungszahl  $\frac{N_i}{N_j}$  folgt für den Übergang vom i-ten zum j-ten Energieniveau die Anzahldichte  $N_j = N_i \cdot e^{\frac{-(E_j - E_i)}{k_B T}}$ . Die Übergänge finden unter Emission eines Photons mit der Energie  $h\nu_{ji} = (E_j - E_i)$  statt.

**Einstein Koeffizienten**  $A_{ji}$ ,  $B_{ij}$  und  $B_{ji}$  Befindet sich das System im Gleichgewicht ist die Übergangsrate von i nach j gleich der Übergangsrate von j nach i  $B_{ij}N_iu_{\nu} = B_{ji}N_j + A_{ji}N_j$ . Die Übergansrate der

- induzierten Absorption ist  $\frac{dN_i}{dt} = -B_{ij}N_iu_{\nu}$  mit der spektralen Energiedichte  $u_{\nu} = \frac{\frac{\frac{i^2 ji}{B_{ji}}}{\frac{i}{B_{ij}}e^{\frac{h\nu_{ji}}{k_BT}}-1}$
- induzierten Emission ist  $\frac{dN_j}{dt} = -B_{ji}N_ju_{\nu}$
- spontanen Emission ist  $\frac{dN_j}{dt} = -A_{ji}N_j$

Dies gilt unter der Annahme, dass das Strahlungsfeld und die Atome bei jeder Temperatur im thermodynamischen Gleichgewicht sind. Die Energiedichte entspricht der jeweiligen Energiedichte eines schwarzen Körpers bei der Temperatur T. Wie bereits erwähnt folgen die Anzahldichten der Maxwell-Boltzmann-Verteilung. Für  $T \to \infty$  ist Wahrscheinlichkeit der induzierten Emission die der Absorption  $B_{ij} = B_{ji} = B$  und  $A_{ji} = A$ . Die spektrale Energiedichte lautet dann  $u_{\nu} = \frac{A}{B} \left(\frac{1}{\frac{h\nu_{ji}}{e^{k_B T} - 1}}\right)$ .

Mit dem planckschen Strahlungsgesetz  $I_{\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left(\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}}-1}\right)$  und der Beziehung  $\lambda = \frac{c}{\nu}$  folgt für  $I_{\nu} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \left(\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}}-1}\right) = \frac{c}{4}u_{\nu}$  und  $\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$ . Die Wahrscheinlichkeit der spontanen Emission ist proportional zur Wahrscheinlichkeit der induzierten Emission. Es ist von Vorteil, wenn die Verweilzeit  $\tau$  hinreichend lang ist um die spontane Emission zu vernachlässigen. Die induzierte

Emissionsrate sollte größer als die Absorptionrate sein, dazu muss die Anzahldichte  $N_j > N_i$  sein, eine Besetzungsinversion.



Abbildung 2: Besetzungsinversion

#### 2.3 Laser - light amplification by stimulated emission of radiation

Mit Hilfe der stimulierten Emission soll kohärentes Licht erzeugt werden. Damit die stimulierten Emission zur Verstärkung führt, muss im System Besetzungsinversion herrschen. Diese wird durch das sogenannte pumpen aufrechterhalten. Man kann die Atome im Lasermedium nicht einfach optisch in den angeregten Zustand  $E_j$  bringen, da so höchstens eine gleiche Besetzung  $N_j = N_i$  erreicht werden kann.

Jedoch kann man die Atome in einen dritten Zustand  $E_p > E_j(>E_i)$  anregen, von wo aus sie spontan in das  $E_j$  Niveau gelangen. Ist die Übergangsrate vom Pump-Zustand in den angeregten Zustand größer als die Rate vom angeregten Zustand in den Grundzustand  $\Gamma_{j \leftarrow p} > \Gamma_{i \leftarrow j}$ , so sammeln sich immer mehr Atome im angeregten Zustand  $E_j$ . Eine Besetzungsinversion entsteht.

**Laserschwelle** Übersteigt die Verstärkung, also der Gewinn pro Umlauf, die Verluste im Resonator, so beginnt der Laser zu arbeiten (zu "lasern"). Da die Verstärkung von der Besetzungsinversion, und damit von der Pumpleistung abhängt, nennt man die Pumpleistung, ab der der Laser gerade arbeitet die Laserschwelle.

#### 2.3.1 Gaslaser: He:Ne-Laser

Meistens wird dieser Laser im Dauerbetrieb bei 632,8nm Wellenlänge (sichtbar, rot) betrieben. Durch eine Gasentladung werden die Heliumatome angeregt, die nach spontaner Emission von Licht zumeist in den 2s-Zustand, von dem aus es keinen optischen Übergang zum Grundzustand gibt. Diese Energie wird durch Stöße an die Helium-Atome übertragen, die so in den 5s oder 4s-Zustand gehoben werden. Diese Zustände sind nun die Laserniveaus, von denen sie durch spontane und induzierte Übergänge in den 3p-Zustand gehen (siehe Abb. 3). In weiteren Prozessen (spontane Emission, stöße mit den Wänden) landen die He-Atome wieder im Grundzustand, der Prozess beginnt von vorn.



Abbildung 3: Energieniveaus des He:Ne-Lasers

### 2.3.2 Festkörperlaser: Titan:Saphir-Laser

Der Ti:Sa-Laser ist ein Festkörper-Laser, wobei das Trägermaterial der Saphirkristall ist mit Titan-Ionen als optisch aktives Medium. Mit einem Wellenlängenbereich von 670-1070nm hat dieser Laser ein Breites Spektrum. In dem Kristall gibt es mehrere Möglichkeiten für Laserübergänge sodass der Laser durchstimmbar ist. Zum optischen pumpen wird ein weiterer Laser im grünen Bereich verwendet, da der Kristall im Bereich 370 - 670nm absorbiert. Die Fluoreszenz, also spontane Emission im Kristall ist im sichtbaren Bereich (rot, 670-1070nm).

• Der Ti:Sap Kristall ist nicht senkrecht zur optischen Achse eingebaut. Er ist so eingebaut, dass die Strahlung im Brewster-Winkel auf die Flächen fällt. So wird Licht, dessen  $\vec{E}$ -Feld keinen Anteil parallel zur Oberfläche hat, vollständig transmittiert.



Abbildung 4: Brewster-Winkel

• Vor dem Resonator des Lasers ist ein Polarisationsfilter um die Polarisation des Pumplaserstrahls drehen zu können.

**gepulster Laser** Durch das breite Floureszensspektrum des Ti:Sa-Kristalls können viele verschiedene Lasermodem anschwingen. Überlagert man diese, kann man durch das breite Spektrum

sehr kurze Wellenpakete erzeugen (Die Fouriertransformation einer breiten Frequenzverteilung ist ein kurzer Puls im Ortsraum). Überlagern sich so viele Moden, können sich im Resonator Wellenpakete bilden, die hin und her laufen. Die Wiederholfrequenz, mit der diese Wellenpakete (teilweise) ausgekoppelt werden, ist somit bei einer Resonatorlänge L:  $f = \frac{c}{2L}$ .

In der Regel werden die Moden jedoch nicht gerade so anschwingen, dass sich genau ein Wellenpaket im Resonator ausbildet. Man muss also dafür sorgen, dass sich die Moden richtig überlagern oder dass die Moden, die sich bereits zu einem kleinen "Paket" überlagert haben, bevorzugt werden. Im Ti:Sa-Laser geschiet letzteres fast von selbst, da der Kristall auch eine Kerr-Linse ist. Diese ändert ihre Brechzahl mit der Intensität des Lichtes, so dass bei hoher Intensität, wie sie in einem Puls vorkommt, das Licht stärker bündelt, als die Moden, die sich eben nicht zu einem Puls überlagert haben. Sorgt man nun dafür, dass nur das Licht weiter im Resonator verstärkt wird, welches durch den Kerr-Effekt gebündelt wurde, kann sich nach und nach ein Puls bilden, der im Resonator hin und her läuft<sup>1</sup>.

#### 2.3.3 Optische Resonatoren

Normalerweise ist die Verstärkung im Lasermedium zu klein, um nur bei einem Durchlauf hohe Intensitäten zu erreichen. Lässt man den anfänglich schwachen Strahl mehrfach durch das Medium laufen, das immer weiter gepumpt wird, so verstärkt sich der Strahl mehr und mehr. Dazu baut man an den Enden des Mediums Spiegel auf, von denen einer teilweise Transparent ist, um Licht auszukoppeln (typ. ca. 3% Transmission). Da das Licht sehr oft hin und her läuft, müssen die Spiegel extrem genau senkrecht zur Strahlachse ausgerichtet sein.

Durch verschiedene Spiegelformen lässt sich diese Anforderung der parallelen Spiegel etwas entschärfen.

- Warum wird hier eine symmetrische, konfokale Anordnung verwendet?
  - Resonatorform und Stabilität:

Durch die Form des Resonators lässt sich beeinflussen, welche Moden im Laser anschwingen können. Mit der Matritzenoptik lässt sich die Bedingung  $0 \leq (1 - \frac{R_1}{L})(1 - \frac{R_2}{L}) \leq 1$  herleiten, die für einen stabilen Resonator erfüllt sein muss. L ist dabei der (optische) Abstand zwischen den Spiegeln und R der Krümmungsradius eines Spiegels. In Abbildung 5 ist  $g_2 = 1 - \frac{R_2}{L}$  über  $g_1 = 1 - \frac{R_1}{L}$  aufgetragen, wobei die blaue Fläche die Formen markiert, die die Bedingung erfüllen. Resonatoren mit  $g_1g_2 = 1$  oder  $g_1g_2 = 0$  nennt man Grenzstabil, mit ihnen lassen sich Laserstrahlen hoher Qualität erzeugen.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>, nach und nach" bedeutet nach einigen 100 Durchläufen - bei einer Resonatorlänge von 30cm ist dies nach  $0, 1\mu s$  bereits der Fall



Abbildung 5: Resonatorformen und ihre Stabilität

Ein symmetrischer, konfokaler Resonator ist Grenzstabil.

- Was für eine Form der Strahlintensität erwartet man für diesen Resonator?
  - Eine gaußförmige Intensitätsverteilung (Maximum in der Strahlmitte, mit dem Abstand zur Strahlmitte gaußförmig Abklingend)
- Der Abstand zwischen den Spiegeln ist  $d = f = \frac{r}{2} = 5cm$  mit der Brennweite f und dem Radius der Spiegel r = 10cm. Der Resonator ist also ein konzentrischer Resonator, am Ort des Kristalls wird durch Bündelung die maximale Strahlintensität erreicht. Für sehr hohe Intensitäten ist diese Form ungeeignet, da durch die hohe intensität Bauteile zerstört werden können.

#### 2.3.4 TEM-Moden

Durch einen Gangunterschied im Resonator können zwei longitudinale Moden nebeneinander im Resonator stehen. Diese Überlagern sich am Auskoppelspiegel gerade so, dass in der Mitte  $\vec{E} = 0$  ist. Daneben ist  $\vec{E} = \pm \vec{E_0}$ , was durch den Gangunterschied von  $\frac{\lambda}{2}$  im Resonator entsteht.



Abbildung 6: Entstehung von TEM-Moden im Resonator

# 3 experimenteller Aufbau

Bei diesem Aufbau werden dielektrische Spiegel verwendet, da herkömmliche silberbedampfte Spiegel zu viel von der Intensität des Lasers absorbieren würden, sodass die Beschichtung verdampft. Dielektrische Spiegel sind Braggreflektoren aus mehreren  $\frac{\lambda}{2}$  Lagen von Dielektrika. Es befinden sich je zwei Stellschrauben an den Spiegeln (horizontale & vertikale Neigung) und ein Fuß der auf der optischen Platte festgeschraubt werden kann.



Abbildung 7: Versuchsaufbau

### 3.1 Verluste durch Reflexion

An den Komponenten des optischen Systems tritt Reflexion und Streunung des Strahls auf. Die dadurch hervorgerufenen Verluste lassen sich sehr gering halten, wenn man die Komponenten

entsprechend ausrichtet um die Reflexionen zu vermeiden oder in Richtung des Stahlverlaufs zu lenken. Auch der Resonator ist nicht Verlustfrei, da die Spiegel sehr dick sind und interne Reflexionen im Saphir-Kristall auftreten. Diese Reflexionen sind nicht leicht zu kompensieren, es werden lediglich Strahlblocker aufgestellt um diese in den Griff zu bekommen.

# 4 Durchführung des Versuchs

### 4.1 He:Ne-Laserstrahl justieren

Mit Hilfe von zwei Spiegeln und zwei Irisblenden koppeln wir den He:Ne-Laser in das optische System ein.



Abbildung 8: Laser auf Lochblenden ausrichten

- Spiegel 1 platzieren, Blende 1 geschossen: Spiegel 1 so einstellen, dass der Strahl die Mitte von Blende 1 trifft.
- Blende 1 geöffnet, Blende 2 geschlossen: Spiegel 2 so einstellen, dass er die Mitte von Blende 2 trifft

Die beiden Punkte werden so lange wiederholt, bis der Strahl durch beide Blendenmitten verläuft. Auch wenn die Blenden geschlossen sind ist noch eine kleine Öffnung vorhanden. Der Strahl trifft genau dan die Mitte, wenn nur noch der "Rand" der Intensität auf der Blende zu sehen ist.



Abbildung 9: Irisblende

Dieser Aufbau ist von Vorteil, wenn man die Quelle wechseln möchte ohne das komplette optische System neu zu justieren. Der Strahlengang wird genau definiert durch die Platzierung der Irisblenden, man muss lediglich die beiden Spiegel neu ausrichten.

### 4.2 Spektrum des He:Ne-Lasers

Um das Spektrum des Lasers zu messen koppeln wir den Laserstrahl in die Glasfaser eines Spektrometers ein. Im Spektrometer wird das Licht durch ein Gitter gebeugt. Das gebeugte Licht wird von einer einzeiligen CCD-Kamera erfasst. Jedes Pixel entspricht damit einer bestimmten Wellenlänge.



Abbildung 10: He:Ne-Spektrum

Der Laser liefert exakt eine Resonatormode.



### 4.3 Ti:Sa-Laser Resonator

Abbildung 11: Ti:Sa in Betrieb - der Strahl des Pumplasers ist deutlich sichtbar (grün)

Um zu vertehen wie der Resonator funktioniert dürfen wir die beiden äußeren Spiegel selbst justieren. Dazu verwendet man ein Stück Papier um zu testen wo die Reflexionen auftreten, da man mit Schutzbrille den Strahlengang nicht sieht und man nicht direkt in den Strahl schauen sollte.



Abbildung 12: Ti:Sa-Laser Resonator

Zur Anregung des Kristalls wird der Pumplaser auf 3W Dauerbetrieb gestellt. Die Fluoreszens des Kristalls ist deutlich sichtbar. Wird diese am schwächsten ist der Laser-Effekt am größten. Beim justieren fällt auf, dass man bei der Feineinstellung verschiedene transversale Moden einstellen kann.



Abbildung 13: TEM von Ti:Sa

### 4.4 Spektrum des Ti:Sa-Lasers

Um im Resonator verschiedene Laserwellenlängen zu erzeugen muss man die Spiegel so verstellen, dass der Strahl im Resonator nicht direkt auf seine ursprüngliche Bahn reflektiert wird. Dadurch entseht ein Gangunterschied, der je nach dem wie groß der Versatz ist, verschiedene transversale Moden erzeugt und damit auch andere Wellenlängen.



Abbildung 14: Ti:Sa-Laser Spektrum

Die einzelnen Peaks gehen diskret ineinander über, das entspricht jeweils einer höheren Mode, also statt  $n\frac{\lambda}{2} = 2L$  dann  $(n+1)\frac{\lambda}{2} = 2L$  im Resonator mit Länge L.

### 4.5 Spektrum der Fluoreszens von Ti:Sa



Abbildung 15: Fuoreszensspektrum des Ti:Sa-Kristalls

Der Ti:Sa-Kristall zeigt deutliche Floureszens im roten Bereich, der hohe Peak ist gerade der Hauptlaserpeak, den wir schon in 4.4 gesehen haben.

### 4.6 Laserschwelle des Ti:Sa-Lasers

Um die Laserschwelle zu bestimmen haben wir den Strahlengang optimiert, dass eine maximale Laser-Leistung mit dem Aufbau erreicht wird. Dazu verwendet man einen Laser-Leistungsmesser und feinjustiert so lange bis die Leistung maximal ist. Die Laserschwelle lag bei unserem Aufbau bei einer Pumplaserleistung von P = 0,92W.

# 5 Auswertung

### 5.1 Anwendungsmöglichkeiten des Ti:Sa-Lasers

• Spektroskopie

Zum einen nutzt man hier die breite Durchstimmbarkeit, um ein breites Spektrum mit nur einem Laser abdecken zu können. Zum anderen nutzt man die sehr kurzen Pulse um z.B. die Kinetik chemischer Reaktionen zu messen.

• Materialbearbeitung

Mit schnell gepulsten Lasern kann man Material gezielt abtragen, ohne dass das umgebende Material beeinflusst wird. Bei cw-Lasern erhitzt sich auch die Umgebung der zu bearbeitenden Stelle auf, was z.B. besonders bei der Bearbeitung der Linsenhornhaut im menschlichen Auge nur einen sehr ungenauen Materialabtrag ermöglichen würde. Somit ist der Ti:Sa-Laser durch seine kurzen Pulse sehr nützlich für präzise Materialbearbeitung.

### 5.2 weiterführende Versuche (Vorschläge)

Wenn der Ti:Sa-Laser im Rahmen des Praktikums gepulst betrieben werden kann, könnte man die Pulsdauer messen. Dies kann man durch Aufspalten des Strahls in zwei Teilstrahle, von denen einer etwas verzögert werden kann, erreichen. Lässt man beide Strahlen interferrieren, ändert sich die Intensität bei kleinsten Wegänderungen solange sehr stark, wie beide Pulse sich stark überschneiden. Verzögert man einen Puls so weit, dass die Pulse sich gerade nicht mehr überschneiden, ändert sich auch die Intensität nicht mehr. So kann man die Pulslänge zumindest grob anschätzen.

Leider benötigt man dazu eine Möglichkeit, den Verzögerungsweg um die Größenordnung der Pulslänge  $(1\mu m)$ verändern zu können.

# 6 Anhang

### 6.1 Abbildungen

## Abbildungsverzeichnis

1	Energieniveau-Schemen
2	Besetzungsinversion
3	Energieniveaus des He:Ne-Lasers
4	Brewster-Winkel
5	Resonatorformen und ihre Stabilität
6	Entstehung von TEM-Moden im Resonator
7	Versuchsaufbau
8	Laser auf Lochblenden ausrichten
9	Irisblende
10	He:Ne-Spektrum
11	Ti:Sa in Betrieb - der Strahl des Pumplasers ist deutlich sichtbar (grün) 10
12	Ti:Sa-Laser Resonator
13	TEM von Ti:Sa
14	Ti:Sa-Laser Spektrum
15	Fuoreszensspektrum des Ti:Sa-Kristalls