1 Rechnung

1.1 Geschwindigkeit

Aus der Anzahl an hell-dunkel Durchgängen N und der Messdauer T berechnet man die Geschwindigkeit: $v = 316.4 \cdot \frac{N}{T}$. Die Messdauer berechnet man aus der Zahl der Messzyklen Z (gemessen in Kanal 2) und der Frequenz $f = 100kHz$: $T = Z \cdot \frac{1}{f}$. Man muss beachten, dass die hell-dunkel-Wechsel immer positiv sind, die Geschwindigkeit nach dem Nulldurchgang jedoch negativ.

1.2 Fit

An jedes Transmissionsminimum wird eine Gaußverteilung gefittet, um den Mittelwert der Minima möglichst genau bestimmen zu können. Aus den Fehlern der Fit-Parameter erhält man die statistischen Fehler des jeweiligen Mittelwertes.

Alle Rechnungen werden auf der Kanalnummer-Skala durchgeführt, um später bei der Umrechnung in Geschwindigkeit bzw. Energie die Fehlerfortpflanzung korrekt anwenden zu können.

1.3 Isomerieverschiebung

1.3.1 Edelstahl (1 Minimum)

Mittelwert auf v=0 schieben. Δv entspricht Isomerieverschiebung.

$v(k) = m \cdot k + c$ mit Geschwindigkeit v, Kanalnummer k und den Werten aus der Geschwindigkeitskalibration m und c.

Aus der Geschwindigkeit erhält man dann die Energie durch $\Delta E = v \cdot \frac{E_0}{c} = \frac{E_0}{c}(m \cdot k + c)$.

Der stat. Fehler ergibt sich aus dem stat. Fehler des Kanals σ_k , der syst. Fehler aus dem Fehler der Geschwindigkeitskalibration σ_m und σ_c: $\underset{stat}{\sigma_{\Delta E}} = \sqrt{\underset{stat}{\sigma_k^2}(\frac{E_0}{c}m)^2}$, $\underset{syst}{\sigma_{\Delta E}} = \sqrt{\underset{syst}{\sigma_m^2}(\frac{E_0}{c}k)^2 + \underset{syst}{\sigma_c^2}(\frac{E_0}{c})^2}$. Die Werte entsprechen gerade der Isomerieverschiebung.

Die Breite s der angefitteten Breit-Wigner Kurve entspricht etwa zwei mal der Zerfallsbreite: $s = 2\Gamma = 2\frac{\hbar}{\tau}$. Die Lebensdauer[1] des angeregten Zustands ist dann $\tau = 2\frac{\hbar}{s}$, wobei s in Einheiten der Energie sein muss. Dabei gilt $s = \frac{E_0}{c} m \cdot s_k$. Der stat. Fehler ist dann $\underset{stat}{\sigma_\tau} = 2\frac{\hbar c}{E_0}\frac{1}{m \cdot s_k^2}\underset{stat}{\sigma_k}$ und der syst. Fehler $\underset{syst}{\sigma_\tau} = 2\frac{\hbar c}{E_0}\frac{1}{m^2 \cdot s_k}\underset{syst}{\sigma_m}$. E_0 ist die Energiedifferenz des angeregten Zustandes $E_0 = E_a - E_g = 14.4keV$.

Bei der Umrechnung von der relativen Geschwindigkeit zur Energieverschiebung benutzt man $E_0 + \Delta E = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}(E_0 + \vec{v} \cdot \vec{p}) \approx E_0 \pm v \cdot p = E_0 \pm \frac{E_0}{c}p$. Da $\vec{v}$ entweder parallel oder antiparallel zu $\vec{p}$ ist gilt $\vec{v} \cdot \vec{p} = \pm v \cdot p$, da $\frac{v}{c} \lll 1$ ist, kann man $(\frac{v}{c})^2$ vernach-

[1] Die Lebensdauer ist die Zeit, nach der noch $N(t) = \frac{N_0}{e}$ Teilchen von Ursprünglich $N(0) = N_0$ Teilchen vorhanden sind. Dies folgt aus $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ mit $\lambda = \frac{1}{\tau}$.

lässigen. Der relative Fehler $\frac{\Delta E - \Delta E_{exakt}}{\Delta E_{exakt}}$ durch die Näherung liegt bei den verwendeten Geschwindigkeiten $v < 100\frac{mm}{s}$ unter $10^{-20} = 10^{-18}\%$.

1.3.2 Eisen (6 Minima)

Den Mittelwert aller Minima auf $\Delta E = 0$ schieben. Der Fehler ist das quadratische Mittel der Einzelfehler. Die Isomeriekorrigierten Energien erhält man dann durch $\Delta E_n = \Delta E'_n - \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}\Delta E'_i$, der Fehler ist dann $\sigma_{\Delta E\,n} = \frac{1}{6}\sqrt{\sum_{i=1}^{6}\sigma^2_{\Delta E'_i} + 6^2 \cdot \sigma^2_{E'_n}}$.

Für die 4 Fälle kann man nun die Bedingung für die Geschwindigkeit prüfen: $0 = v_1 - 2v_2 + v_3 = \frac{c}{E_0}(E_1 - 2E_2 + E_3)$. Für die drei anderen Fälle analog. Der Fehler ergibt sich mit Fehlerfortpflanzung: $\sigma = \frac{c}{E_0}\sqrt{\sigma^2_{E_1} + 2^2\sigma^2_{E_2} + \sigma^2_{E_3}}$, für die anderen Fälle wieder analog.

Nun ist zu sehen, dass nur für Fall 2 die Bedingung im Rahmen der Genauigkeit erfüllt ist. Für Fall 2 kann man nun $A = \frac{c}{E_0}(E_1 - E_2)$ und $G = \frac{c}{E_0}(-E_2 - E_3)$ berechnen. Die Fehler erhält man mit Fehlerfortpflanzung $\sigma = \frac{c}{E_0}\sqrt{\sigma^2_{E_1} + \sigma^2_{E_2}}$.

Daraus kann man $B = \frac{G \cdot I_g \cdot E_0}{\mu_g \cdot c}$ mit $\underset{stat}{\sigma_B} = \underset{stat}{\sigma_G}\frac{I_g \cdot E_0}{\mu_g \cdot c}$ und $\underset{syst}{\sigma_B} = \sqrt{\left(\underset{stat}{\sigma_G}\frac{I_g \cdot E_0}{\mu_g \cdot c}\right)^2 + \left(\underset{stat}{\sigma_{\mu_g}}\frac{I_g \cdot E_0}{\mu_g^2 \cdot c}\right)^2}$ berechnen. Nun kann man entweder mit dem Wert von B oder durch einsetzen $\mu_a = \frac{A \cdot I_a \cdot E_0}{B \cdot c} = \frac{A \cdot I_a \cdot \mu_g}{G \cdot I_g}$ berechnen, wobei die letztere Form geeignet ist, um $\frac{\mu_a}{\mu_k} = \frac{A \cdot I_a}{G \cdot I_g}\frac{\mu_g}{\mu_k}$ in Einheiten des Kernmagnetons μ_k anzugeben. Die Fehler erhält man wieder durch Fehlerfortpflanzung (in Einheiten des Kernmagneton):

$$\underset{stat}{\sigma_{\mu_a}} = \frac{I_a \mu_g}{I_g G^2}\sqrt{A^2\,\underset{stat}{\sigma_G}^2 + G^2\,\underset{stat}{\sigma_A}^2}$$

$$\underset{syst}{\sigma_{\mu_a}} = \frac{I_a}{I_g\,G^2}\sqrt{\left({\mu_g}^2 A^2 \underset{syst}{\sigma_G}^2 + {\mu_g}^2 G^2\,\underset{syst}{\sigma_A}^2 + \underset{syst}{\sigma_{\mu_g}}^2 A^2 G^2\right)}$$

1.3.3 $FeSO_4$ (2 Minima)

Die Isomerieverschiebung berechnet sich wie 1.3.2, jedoch mit nur 2 Werten.

Die Energieaufspaltung ist die Differenz der beiden Resonanzenergien, der Fehler ist der quadratische Mittelwert der Einzelfehler.

Den Feldgradienten kann man durch $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 2\frac{E_1 - E_2}{Q \cdot e}$ berechnen, da das Quadrupolmoment Q gegeben ist. Der stat. Fehler ist $\underset{stat}{\sigma_V} = \frac{2}{eQ}\sqrt{\underset{stat}{\sigma^2_{E_1}} + \underset{stat}{\sigma^2_{E_2}}}$, der syst. Fehler $\underset{syst}{\sigma^2_V} = \frac{2}{eQ}\sqrt{(E_1 - E_2)^2\underset{syst}{\sigma^2_Q} + \underset{syst}{\sigma^2_{E_1}} + \underset{syst}{\sigma^2_{E_2}}}$.

1.3.4 $FePO_4$ (2 Minima)

Analog zu 1.3.3.

1.4 Funktionen

- Gauß-Verteilung
- Breit-Wigner-Verteilung