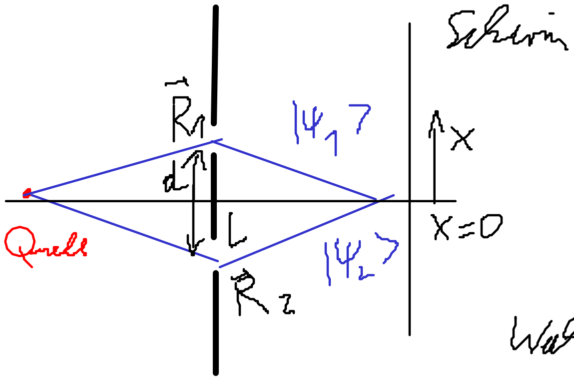



2) Mit Messung von B

$$P_a^{(2)}(c) = \sum_b |\langle v_c | w_b \rangle|^2 |\langle w_b | u_a \rangle|^2$$

Wahrscheinlichkeiten werden addiert wie klassisch auch schon

3) Ohne Messung von B

$$P_a^{(3)}(c) = |\langle v_c | u_a \rangle|^2$$

$$= \left| \sum_b \langle v_c | w_b \rangle \langle w_b | u_a \rangle \right|^2$$

Quantenmechanik kohärent
d.h. ohne Messung von B, werden Amplituden addiert dann quadriert um WS zu messen.

die $|w_b\rangle$ in (3) sind virtuelle Zwischenzustände

## 1.5.2 Aharonov-Bohm-Effekt

Von jedem Spalt geht eine Kugelwelle aus

$$\psi_{1,2}(\vec{r}) \propto \frac{1}{|\vec{r} - \vec{R}_{1,2}|} e^{ik(\vec{r} - \vec{R}_{1,2})}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Amplituden werden (auf dem Schirm) addiert.

$$\psi(\vec{r}) = \psi_1(\vec{r}) + \psi_2(\vec{r})$$

WS auf dem Schirm bei x aufzutreffen ist

$$|\psi(\vec{r})|^2 = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + \underbrace{\psi_1^* \psi_2 + \psi_2^* \psi_1}_{\text{Interferenz}}$$

$$\psi_{1,2}(\vec{r}) = |\psi_{1,2}| e^{i\varphi_{1,2}} \quad \text{(Betrag und Phase)}$$

nahe $x=0$ auf Schirm gilt $|\psi_1| \approx |\psi_2|$

$$\Rightarrow \quad |\psi|^2 \approx 2|\psi_1|^2 + 2|\psi_1|^2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$\rightarrow \begin{cases} 0 & \text{minimum für } \cos = -1 \\ & \text{destruktive Interferenz} \\ 4|\psi_1|^2 & \text{maximum für } \cos = 1 \\ & \text{konstruktive Interferenz} \end{cases}$$

Weglängen der $|\psi_{1,2}\rangle$

$$l_{1,2} = \sqrt{L^2 + \left(\frac{d}{2} \mp x\right)^2}$$

$k$ ? nicht $h$

$$l_1 - l_2 \approx -\frac{dx}{L} \qquad \Rightarrow \quad \varphi_1 = k\, l_1$$

$|x| \ll L$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{dx}{L}$$

$$\Rightarrow \quad |\psi|^2 = 2|\psi_1|^2 \left(1 + \cos\left(\frac{d}{L} \frac{2\pi x}{\lambda}\right)\right)$$

geladenes Teilchen im Magnetfeld

$$H = \frac{1}{2m}(\vec{P} - q\vec{A})^2 + q\phi$$

$\vec{A}$ Vektorpotential $\qquad \vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$

$$\psi_{\vec{A}}(\vec{r}) \overset{?}{\longleftrightarrow} \psi_{\vec{A}=0}(\vec{r})$$

Wenn $B = 0 \Rightarrow \vec{A} = \nabla \Lambda$

$$\Leftrightarrow \Lambda(\vec{r}) = \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r}\,'\, \vec{A}(\vec{r})$$

Dann ist der Zusammenhang eine Eichtransformation

$$\psi_{\vec{A}}(\vec{r}) = \exp\left(i \frac{q}{\hbar} \int_0^{\vec{r}} d\vec{r}\,' \vec{A}(\vec{r}\,')\right) \psi_{\vec{A}=0}(\vec{r})$$

der Weg ist wichtig, da in der Mitte $B \neq 0$ (da möchte ich nicht hin)

$$\psi_{1,\vec A}(\vec r) = \exp\left(i \frac{q}{\hbar} \int_{(1)} d\vec r\,' \vec A(\vec r\,')\right) \psi_{1,\vec A=0}(\vec r)$$

$$\psi_{2,\vec A}(\vec r) = \exp\left(i \frac{q}{\hbar} \int_{(2)} d\vec r\,' \vec A(\vec r\,')\right) \psi_{2,\vec A=0}(\vec r)$$

Interferenz $\rightarrow$ zusätzlicher Phasenfaktor

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{dx}{L} + \frac{q}{\hbar}\oint d\vec r\,' \vec A(\vec r\,')$$

$\varphi_1 - \varphi_2$ schließt den Weg

$\Rightarrow$ B wird eingeschlossen (ist Singularität)

Stokes (Integralsatz)

$$\oint d\vec r\, \vec A(\vec r) = \oint d\vec f\, \mathrm{rot}\,\vec A$$

$$= \oint_F d\vec f\, \vec B = \Phi$$ mag. Fluss

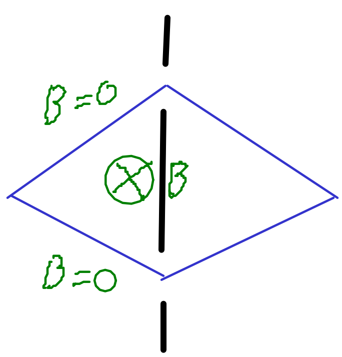
$$\Rightarrow \quad \varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{dx}{L} + 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}$$

$\Phi_0 = \frac{h}{q}$

Flussquant

$\Phi_0 = \frac{h}{|e|}$

Durch ändern von B verschiebt man das Interferenzmuster




**Vorschau**

Weitere Postulate

- Identische Teilchen, viele id. Teilchen $\rightsquigarrow$ 2. Quantisierung
- Antiteilchen

# II Störungstheorie (von Matthias Eschrig)

# III Der Spin / QM - 2 Zustands - Systeme

## 3.1 Eigenschaften

Drehimpuls $\vec{J}$ ist def. durch Vert. Relation

$$[J_x, J_y] = i\hbar J_z \quad \text{und zykl.}$$

$$\Rightarrow [J^2, J_z] = 0$$

vollst. Satz von EV $|j, m\rangle$

$$J^2 |j, m\rangle = \hbar^2 j(j+1) |j, m\rangle \qquad j = 0, \tfrac{1}{2}, 1, \tfrac{3}{2}$$

$$J_z |j, m\rangle = \hbar m |j, m\rangle \qquad -j \leq m \leq j, \quad \Delta m = \pm 1$$

Bahndrehimpuls $\vec{L} = R \times P$

$$L^2 |l, m\rangle = \hbar \, l(l+1) \, |l, m\rangle \qquad , l = 0, 1, 2 \ldots$$

Die Natur zeigt, es gibt auch halbzahlige $j$

$\Rightarrow$ Spin $\vec{S}$

$$S^2 |s, m\rangle = \hbar s(s+1) |s, m\rangle \qquad s = \tfrac{1}{2}, 1, \tfrac{3}{2} \ldots$$

$$S_z |s, m\rangle = \hbar m |s, m$$

Elektronen, Protonen, Neutronen, Quarks haben $S = \frac{1}{2}$

Photonen $S = 1$

Elementarteilchen $S = \frac{3}{2}, \ldots$

Verknüpft mit dem Drehimpuls ist ein magn. Moment

gel. Teilchen im Magnetfeld:

$$H = \frac{1}{2m}\left(\vec{P} - q\vec{A}\right)^2 + V = H_0 + H_1 + H_2$$

(Potenzen in A)

magn. Moment $H_1 = -\vec{M}\vec{B}$ , $H_2 \ll H_1$

$$\vec{M} = \mu \frac{1}{\hbar} \vec{L}$$

für El. $\mu = \mu_B = -\frac{|e|\hbar}{2m_e} = -9{,}27 \cdot 10^{-24}$ Joule/Tesla

Für Spin gilt $\vec{M} = g\,\mu \frac{1}{\hbar}\,\vec{S}$

$g$: gyromagnetisches Verhältnis
„$g$-Faktor"

$$g = 2\left[1 + \frac{\alpha}{2\pi} + \dots\right]$$

Quantenelektrodynamik

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137,\dots}$$ Feinstrukturkonstante

(Für Elektron $\mu = \mu_B$)

Für Proton $g \approx 2$ $\quad \mu_p = g\,\frac{|e|\,\hbar}{2 m_p}$ $\quad (m_p \gg m_e)$

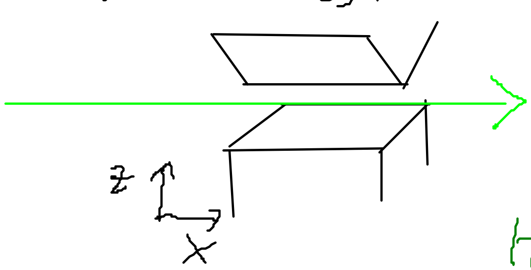
Neutronen

$$\mu = -1{,}913\,\mu_p$$

(Vorstellungsmäßig ist das Elektron blöd:
0 Ausdehnung aber Drehmoment
bzw Kreisstrom
und dann auch noch genau viel wie das Proton?)

---

Stern - Gerlach - Exp.



$B = B(z)$

$$H_1 = -\vec{M}\,\vec{B} \quad \Rightarrow \text{Kraft } F = -\nabla H_1$$
$$= M_z\left(\frac{\partial}{\partial z} B_z\right)\vec{e}_z$$

Aufteilung des Strahls
$\Rightarrow$ 2 Zähler