Gibbs-Ensemble

Verwende Mittelwert der Größen: $\bar{O} = \int dx\, O(\vec{x})\, \rho(\vec{x})$

z.B. $O(\vec{x}) = \sum_n p_{nx}$, $O(\vec{x}) = H(\vec{x})$

Zeitentwicklung

$$\frac{d}{dt}\rho(\vec{x},t) = \frac{\partial}{\partial t}\rho + \dot{\vec{x}}\,\nabla\rho \overset{\text{zu zeigen}}{=} 0 \qquad \vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial p_1},\dots,\frac{\partial}{\partial p_{3N}},\frac{\partial}{\partial x_1},\dots,\frac{\partial}{\partial x_{3N}}\right)$$

Hamiltongleichung $\nabla \dot{x}$

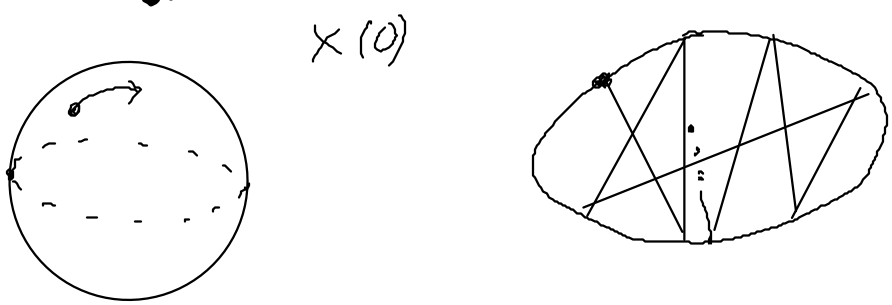
Zustände

Kontinuum von Zuständen, keine Anzahl

Fundamentales Postulat der klass. stat. Mechanik

(mikro-kanonisches Ensemble

Ergoden-Hypothese



Quantenstatistik (Hilbert-Raum-Statistik)

gemischte Zustände:

Vielteilchensystem: Gibbs-Ensemble $\qquad \sum_n |\psi_n\rangle\langle\psi_n| = \mathbb{1}$

Dichtematrix: Zustandsoperator $\qquad \rho = \sum_\alpha W_\alpha |\psi_\alpha\rangle\langle\psi_\alpha|$

$$\langle O\rangle = \sum_\alpha W_\alpha \langle\psi_\alpha|O|\psi_\alpha\rangle = \sum_\alpha\sum_n W_\alpha \langle\psi_\alpha|O|\psi_n\rangle\langle\psi_n|\psi_\alpha\rangle$$

$$= \sum_{\alpha,n} \langle\psi_n|\underbrace{W_\alpha|\psi_\alpha\rangle\langle\psi_\alpha|}_{\rho}O|\psi_n\rangle = \sum_n \langle\psi_n|\rho\, O|\psi_n\rangle$$

$$= \mathrm{Tr}(\rho\, O)$$