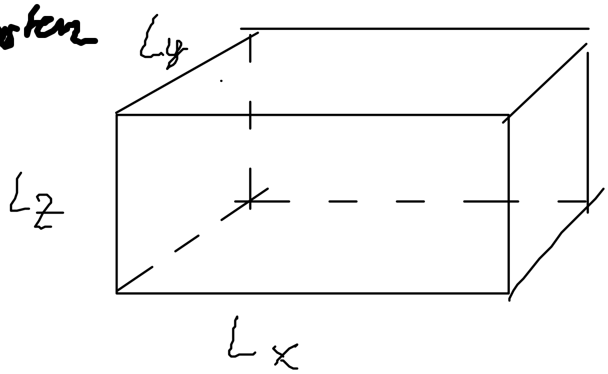
Kasten



$$\psi = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp\left[i \frac{\vec{p}}{\hbar} \vec{r}\right]$$

periodische Randbedingungen

$$\psi(\vec{r}) = \psi(\vec{r} + N_x L_x \vec{e}_x + N_y L_y \vec{e}_y + \dots)$$

Matrix A $\quad e^A = 1 + A + \frac{A^2}{2} + \dots$

$$H = \begin{pmatrix} H_{11} & & \\ & H_{22} & \\ & & \ddots \end{pmatrix} \qquad \rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & & 0 \\ & \rho_{22} & \\ 0 & & \ddots \; \rho_{nn} \end{pmatrix} \qquad \ln\rho = \begin{pmatrix} \ln\rho_{11} & & 0 \\ & \ln\rho_{22} & \\ 0 & & \ddots \; \ln\rho_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\overline{O} = \mathrm{Tr}(\rho O)$$

Entwicklung von Fkt von ρ $\quad i\hbar \frac{d}{dt} f(\rho) = [H, f(\rho)]$

z.B. $\quad i\hbar \frac{d}{dt}(\rho \ln\rho) = [H, \rho\ln\rho]$

$$\frac{dS}{dt} = -k_B \mathrm{Tr}\left(\frac{d}{dt}\rho\ln\rho\right) = -k_B \mathrm{Tr}\left([H, \rho\ln\rho]\left(-\frac{i}{\hbar}\right)\right)$$

$$\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA) \Rightarrow 0$$

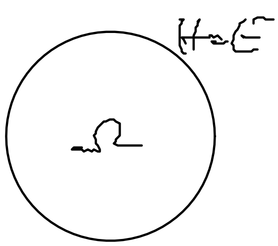
Eigenschaften von Entropie S

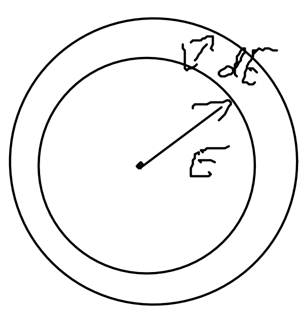
$$\frac{\partial S_L}{\partial w_\mu} = -k_B \ln w_\mu - k_B - \lambda$$

Näherung für große Systeme

∘ (klassisch)

$$S = k_B \ln(\Sigma(E)\, dE) \approx k_B \ln(\Omega(E))$$





Für große Systeme ist Volumen Ω gleich dem Kugelschalen-Volumen bei nicht zu kleinem dE.

• (quantenmechanisch) $S = k_B \ln(dN(E)) \approx k_B \ln(N(E))$

$dN(E)$ und $N(E)$ beide sehr groß $\Rightarrow$ ln ungefähr gleich groß

Beispiel: Ideales Gas $\qquad \ln\left(a \cdot E^{\frac{3}{2}}\right)$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} = k_B N \frac{1}{a E^{\frac{3}{2}}} \frac{3}{2} a E^{\frac{1}{2}} = k_B N \frac{3}{2E}$$